



Modélisation du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage

Arnaud Bastier

► To cite this version:

Arnaud Bastier. Modélisation du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Polytechnique X, 2006. Français. NNT : . tel-00122388

HAL Id: tel-00122388

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00122388>

Submitted on 30 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse de Doctorat de l'École Polytechnique

Filière : **Mécanique, Matériaux**

présentée par

Arnaud BASTIER

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'ECOLE POLYTECHNIQUE

Modélisation du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage

Soutenue le 11 décembre 2006 devant le jury composé de :

M. Alain COMBESURE	Président
M. Jean-Michel BERGHEAU	Rapporteur
M. Arnaud POITOU	Rapporteur
M. Philippe GILLES	Examineur
M. Bertrand JOURNET	Examineur
M. Frédéric ROGER	Examineur
M. Habibou MAITOURNAM	Directeur de thèse

Remerciements

En premier lieu, je souhaite remercier Monsieur Bernard HALPHEN, directeur du Laboratoire de Mécanique des Solides. Il m'a permis d'effectuer ma thèse dans son laboratoire, bien qu'elle n'ait finalement pas été soutenue financièrement ni co-encadrée par un industriel.

Il y a trois ans, Monsieur Ky DANG VAN me proposa de travailler sur la modélisation du friction stir welding. À l'époque, je ne savais pas ce que cela pouvait signifier. Cependant, maintenant, je tiens à le remercier de m'avoir proposé un sujet aussi riche, faisant appel à un aussi grand nombre de champs de connaissances et portant sur une réelle problématique industrielle. Il m'a aussi permis de travailler au sein de son équipe et en particulier au contact de Frédéric ROGER avec qui on ne peut pas rester sans idée bien longtemps.

Monsieur Habibou MAITOURNAM a dirigé mon travail durant ces trois années. Son emploi du temps chargé et ses nombreuses occupations d'enseignement et d'encadrement ne m'étaient pas inconnus étant donné qu'il m'avait déjà encadré lors d'un stage de recherche et qu'il m'avait enseigné les rudiments de la fatigue. Cependant, cela ne m'a pas empêché de travailler une nouvelle fois sous sa direction. Au contraire, la clarté de ses explications, sa rigueur intellectuelle et sa gentillesse ont été trois raisons plus fortes que toutes qui m'ont incité à accepter sa direction. Et maintenant, le seul regret que je peux avoir est celui d'arrêter de travailler avec lui.

Mes remerciements se dirigent aussi vers Jean-Michel BERGHEAU, Professeur des Universités (ENISE), et Arnaud POITOU, Professeur à l'École Centrale de Nantes, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Merci à Alain COMBESCURE, Professeur et Directeur du LaM-CoS, qui a bien voulu présider mon jury de thèse. Merci encore à Philippe GILLES (AREVA) et Bertrand JOURNET (EADS) qui ont amené leur vision industrielle à l'examen de mon travail.

Enfin, je tiens à remercier plusieurs personnes du Laboratoire de Mécanique des Solides qui d'une manière ou d'une autre m'ont permis d'avancer dans mon travail. Merci à Andrei CONSTANTINESCU pour les discussions que j'ai pu avoir avec lui et les réponses qu'il a pu apporter à mes interrogations. La maîtrise de la thermographie infrarouge par Minh Phong LUONG est si grande qu'elle m'en a fait oublier que mettre en œuvre correctement de telles expériences était une réelle difficulté ! Merci enfin à Claude STOLZ qui m'a sensibilisé à l'importance de la métallurgie dans la modélisation d'un procédé de soudage.

En dernier lieu, je tiens aussi à remercier l'ensemble des personnes que j'ai pu rencontrer quotidiennement (ou même moins souvent !) dans les bureaux ou les couloirs du LMS. Je pense en particulier au personnel du LMS et aux divers doctorants passés et actuels (Xavier, Nicolas, Sébastien, Oscar, Martin, Kostas, Mohamad, Zoumana, François, Michel...) qui m'ont permis de décrocher (momentanément, bien sûr !) du soudage.

Table des matières

Introduction générale	9
1 Étude bibliographique	11
1.1 Introduction	11
1.2 Généralités sur le soudage des alliages d'aluminium	11
1.2.1 Présentation des alliages d'aluminium	11
1.2.2 Les traitements appliqués aux alliages d'aluminium	12
1.2.2.1 Les traitements thermomécaniques appliqués aux alliages à dur-	
cissement par écrouissage	13
1.2.2.2 Les traitements de trempe structurale appliqués aux alliages à	
durcissement structural	13
1.2.3 Le soudage des alliages d'aluminium	14
1.2.3.1 Les techniques de soudage conventionnelles	14
1.2.3.2 Soudabilité des alliages d'aluminium	15
1.3 Le procédé de soudage par friction et malaxage	16
1.3.1 Description du soudage par friction et malaxage	16
1.3.1.1 Le procédé	16
1.3.1.2 Description de l'outil	18
1.3.1.3 La couche limite au contact de l'outil	19
1.3.1.4 Les métaux et alliages assemblés par friction stir welding	19
1.3.2 Évolutions métallurgiques lors du soudage d'alliages d'aluminium par fric-	
tion et malaxage	19
1.3.2.1 Distinction de zones au sein du cordon	19
1.3.2.2 Réalisation de coupes métallographiques	21
1.3.3 Les paramètres déterminants du soudage par friction et malaxage	22
1.3.3.1 Lien entre vitesse de rotation et vitesse de soudage	23
1.3.3.2 Influence de la forme de l'outil	24
1.3.4 Les perspectives d'un tel procédé	24
1.3.4.1 Tenue mécanique d'un joint soudé	24
1.3.4.2 Industrialisation du friction stir welding	26
1.4 Étude bibliographique de la modélisation du soudage par friction et malaxage . .	26
1.4.1 Descriptions cinématiques	27
1.4.1.1 Approches lagrangienne et eulérienne	27
1.4.1.2 Les approches euléro-lagrangiennes	28
1.4.2 État de l'art de la simulation numérique du friction stir welding	31
1.4.2.1 Les couplages entre les modèles thermique, métallurgique et mé-	
canique	31

1.4.2.2	Les modèles thermiques	32
1.4.2.3	Les modèles métallurgiques	36
1.4.2.4	Les modèles mécaniques	40
1.4.2.5	Étude du problème en régime stationnaire	45
1.4.2.6	Récapitulatif des différentes simulations numériques du friction stir welding	46
1.5	Conclusions	49
2	Modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage	51
2.1	Introduction : présentation du problème et de la méthodologie adoptée	51
2.2	Première étape : détermination du champ de température et de l'écoulement de matière	53
2.2.1	Modélisation de l'écoulement de matière	54
2.2.1.1	Équation de bilan et loi de comportement	54
2.2.1.2	Conditions aux limites pour le problème d'écoulement visqueux	55
2.2.2	Modélisation des transferts thermiques	58
2.2.2.1	Équation de bilan	58
2.2.2.2	Conditions aux limites pour les transferts thermiques	59
2.2.3	Récapitulatif du modèle thermo-hydrodynamique	60
2.2.3.1	Récapitulatif des principales équations	60
2.2.3.2	Autres propositions de conditions aux limites	61
2.2.4	Implémentation numérique du modèle thermo-hydrodynamique couplé	61
2.2.4.1	Choix de la discrétisation spatiale	61
2.2.4.2	Algorithme de résolution	63
2.3	Deuxième étape : détermination de l'état mécanique résiduel	64
2.3.1	Modélisation des évolutions métallurgiques	65
2.3.2	Modélisation mécanique	66
2.3.2.1	Écriture de la loi de comportement	66
2.3.2.2	Identification des paramètres de la loi de comportement	69
2.3.2.3	Conditions aux limites	71
2.3.3	Récapitulatif du modèle métallo-mécanique	72
2.3.4	Implémentation numérique du modèle métallo-mécanique stationnaire	72
2.3.4.1	Présentation de la méthode de calcul stationnaire	73
2.3.4.2	Implémentation numérique du modèle de dissolution	77
2.3.4.3	Implémentation numérique de la loi de comportement élasto- viscoplastique dite "bicouche"	77
2.3.4.4	Détermination de l'état mécanique résiduel d'un assemblage soudé	79
2.4	Conclusions	79
3	Simulation numérique du procédé de soudage par friction et malaxage	81
3.1	Introduction	81
3.2	Optimisation des paramètres du modèle à partir de données expérimentales	82
3.2.1	Mesure du champ thermique par thermographie infrarouge	82
3.2.2	Détermination du coefficient d'échange $h_{support}$	85
3.2.3	Détermination des paramètres α et β	86
3.2.4	Quelques remarques sur la procédure d'optimisation	86
3.3	Présentation des résultats thermiques	90
3.3.1	Champ de température dans les plaques	91

3.3.2	Étude des différentes sources de chaleur dans le modèle	92
3.3.3	Étude de la nature des transferts de chaleur	94
3.4	Présentation des résultats du modèle d'écoulement visqueux	95
3.4.1	Écoulement de matière autour de l'outil	95
3.4.2	Étude du transfert de la quantité de mouvement	97
3.4.3	Limites du modèle au niveau de l'interface outil-matière	97
3.4.4	Remarque sur le suivi de la surface libre	99
3.5	Sensibilité des résultats de la première étape du modèle à quelques paramètres . .	99
3.5.1	Sensibilité à la finesse du maillage	100
3.5.2	Sensibilité au type d'éléments finis	100
3.6	Présentation de l'état résiduel d'un assemblage	102
3.6.1	État métallurgique	103
3.6.2	Distorsions et déformations résiduelles	105
3.6.3	Contraintes résiduelles	106
3.7	Étude de l'influence de quelques aspects de la seconde étape du modèle	109
3.7.1	Influence de la loi de comportement	109
3.7.2	Influence du modèle métallurgique	111
3.7.3	Influence de la vitesse de soudage	112
3.7.4	Influence de la vitesse de rotation de l'outil	113
3.8	Influence des paramètres α et β sur le modèle	114
3.9	Conclusions	115
4	Perspectives : vers une modélisation unifiée du friction stir welding ?	119
4.1	Introduction	119
4.2	Élaboration d'une méthode de calcul stationnaire en grandes déformations	120
4.2.1	Transport des déformations plastiques	120
4.2.2	Méthode de calcul stationnaire en grandes déformations	122
4.3	Application de la méthode stationnaire élastoplastique en grandes déformations .	125
4.3.1	Validation de la méthode par la modélisation du laminage à froid	125
4.3.2	Application au soudage par friction et malaxage	129
4.4	Conclusions	131
	Conclusions générales	133
	Annexes	138
	A Les techniques de modification de domaine des problèmes à surface libre	139
	B Expression du flux de chaleur à partir de la puissance totale fournie à l'outil	143
	C Principes généraux de la thermographie infrarouge	145
	Bibliographie	148

Introduction générale

L'étude des procédés de soudage apparaît actuellement comme un domaine de recherche à la fois ouvert et complexe, car il demande de mettre en commun des connaissances issues de domaines distincts de la physique et de la mécanique. Ainsi, la description d'un des procédés le plus couramment utilisé, le soudage à l'arc, met en jeu des phénomènes physiques aussi variés que l'étude des plasmas, des interactions magnétiques et hydrodynamiques, la description et la quantification des transferts de chaleur, les modifications microstructurales des matériaux soudés, l'apparition de contraintes résiduelles,...

Face à cette pluralité de connaissances requises, un point de vue clairement défini doit être envisagé pour entamer l'étude d'un procédé de soudage. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer certaines hypothèses simplificatrices et/ou de concentrer l'étude sur des aspects précis. Ces simplifications sont d'autant plus nécessaires que la tendance actuelle consiste en la mise en œuvre de modèles numériques de ces procédés dans le but de reproduire quantitativement l'opération de soudage.

Parmi l'ensemble des procédés de soudage, celui que nous avons étudié est le procédé de soudage par friction et malaxage ou friction stir welding. Inventé par The Welding Institute (TWI) en 1991, il apparaît relativement récent vis-à-vis des autres procédés de soudage. Cependant, la curiosité des organismes de recherche et les espoirs fondés en ce nouveau procédé par les industriels ont amené les uns et les autres à lancer un grand nombre d'études aussi bien expérimentales que théoriques ou numériques à son sujet. L'explication de ce formidable développement réside dans la capacité du procédé à assembler des alliages d'aluminium, et plus généralement des alliages métalliques "légers", difficilement soudables par les procédés traditionnels. De ce fait, des allègements de structures non-négligeables peuvent être sérieusement envisagés par les industriels du transport en utilisant ces alliages "légers" assemblés par friction et malaxage. Dès aujourd'hui, plusieurs sociétés ont adopté le soudage par friction et malaxage : Eclipse Aviation utilise ce procédé pour la construction de son avion Eclipse500 et Mazda a adopté une variante de ce procédé (soudage par friction et malaxage par point) pour remplacer le soudage par point traditionnel dans le secteur automobile.

C'est dans ce cadre que s'inscrit ma thèse réalisée au Laboratoire de Mécanique des Solides et dont j'expose le travail dans ce manuscrit. L'objectif de la thèse consiste, dans un premier temps, en l'établissement et la mise en œuvre d'une modélisation prédictive du procédé de soudage par friction et malaxage afin d'obtenir une estimation des grandeurs physiques caractérisant le procédé : température, écoulement de matière, évolutions métallurgiques, état mécanique résiduel de l'assemblage. D'autre part, cette modélisation permettra d'optimiser le procédé de soudage de façon à obtenir un état mécanique résiduel de l'assemblage optimal. Cette étude portera sur les différents paramètres définissant la configuration de soudage : vitesse de soudage, vitesse de rotation de l'outil, géométrie de l'outil, effort de plongée,... Ceci nous conduira donc à étudier l'influence de chacun de ces paramètres sur les contraintes résiduelles induites par le soudage.

Cet objectif général nécessite d'être défini plus clairement par la connaissance des phénomènes

physiques prépondérants intervenant lors d'une opération de soudage par friction et malaxage. Ce travail est présenté dans le premier chapitre sous forme d'une étude bibliographique composée de plusieurs parties. Dans un premier temps, nous donnons quelques informations générales sur les alliages d'aluminium utiles dans la suite de ce manuscrit et, en particulier, pour la compréhension des évolutions métallurgiques ayant lieu dans ces alliages. Notons que, tout au long de ce travail, nous ne considérerons que des alliages d'aluminium. Puis, nous exposons les problèmes de soudabilité de ces alliages ce qui nous permet d'introduire le procédé de soudage par friction et malaxage dont nous décrivons, dans une seconde partie, les aspects technologiques et les évolutions métallurgiques qu'il induit dans l'assemblage. Lors de la troisième partie de ce chapitre, nous établissons un état de l'art de la modélisation du procédé à partir de la bibliographie existante. Cet état de l'art permet de présenter les phénomènes thermiques, métallurgiques et mécaniques intervenant lors de l'opération de soudage ainsi que les interactions entre ces différents phénomènes. En outre, cette recherche bibliographique permet de présenter les différentes techniques de simulation utilisées jusqu'ici pour la modélisation du procédé.

Le deuxième chapitre est consacré à la construction de notre modèle de simulation du procédé. Il s'appuie sur les conclusions de l'état de l'art de la littérature qui nous ont servi à identifier les points-clés d'une bonne modélisation. En particulier, le modèle présenté prend en compte les phénomènes thermiques et métallurgiques, l'écoulement de matière autour de l'outil, les aspects mécaniques ainsi que les couplages entre ces différents phénomènes. Les hypothèses de modélisation effectuées sont aussi présentées. Une des caractéristiques principales du modèle est de se décomposer en deux étapes successives, conférant une structure à deux parties à ce second chapitre. Dans chacune de ces deux parties, les modèles sont présentés de façon théorique puis leur implémentation numérique est détaillée. Précisons que nous nous sommes attachés à ne modéliser que la phase stationnaire du procédé.

Dans le troisième chapitre, nous exposons différents résultats de calcul pour apprécier la pertinence de notre modèle qui permet d'obtenir le champ de température, l'écoulement de matière autour de l'outil, les évolutions métallurgiques et l'état mécanique résiduel d'un assemblage soudé. Des essais numériques sont aussi mis en place afin de pouvoir, non seulement, mettre en évidence les simplifications envisageables du modèle global, mais aussi, d'en montrer ses limites. Des études paramétriques sont aussi menées en vue d'étudier l'influence de quelques paramètres définissant la configuration de soudage. En particulier, nous nous intéresserons à l'influence de la vitesse de soudage et de la vitesse de rotation de l'outil sur l'état mécanique résiduel d'un assemblage. Pour discuter et valider les résultats présentés, nous nous basons, à la fois, sur des données de thermographie infrarouge obtenues à la suite d'essais réalisés à l'Institut de Soudure et, aussi, sur des données expérimentales publiées dans la littérature.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude d'une des perspectives possibles de ce travail. Une méthode de calcul stationnaire dans le cadre des grandes déformations est proposée. Sa capacité à simuler le procédé de soudage par friction et malaxage est étudiée. Précisons que ce dernier chapitre ne constitue qu'une étude de faisabilité.

Chapitre 1

Étude bibliographique

1.1 Introduction

L'étude bibliographique réalisée tout au long de ce travail est exposée dans la première partie de ce manuscrit. Elle a été rédigée dans la perspective de répondre à plusieurs interrogations inhérentes à tout travail de thèse : introduction du sujet d'étude, définition du cadre de l'étude, présentation des travaux existants.

Ainsi, dans la première section, des généralités sur les alliages d'aluminium seront présentées en orientant rapidement le sujet sur les procédés de soudage et les problèmes liés au soudage d'alliages d'aluminium. Le procédé de soudage par friction et malaxage est mentionné en toute fin de chapitre.

Au cours de la seconde section, ce procédé de soudage récent est décrit en mettant en lumière ses caractéristiques, les évolutions métallurgiques qu'il induit dans le matériau et les perspectives de développement d'un tel procédé.

Enfin, la troisième section est consacrée à une étude bibliographique approfondie de la modélisation du procédé, tant sur le plan thermique que métallurgique et mécanique. Cette étude bibliographique constitue la base du travail de modélisation présenté dans les chapitres suivants.

1.2 Généralités sur le soudage des alliages d'aluminium

1.2.1 Présentation des alliages d'aluminium [Barralis et Maeder, 5ème édition]

L'aluminium non allié présente des propriétés mécaniques très faibles : par exemple, la limite d'élasticité de l'aluminium pur à 99.996% est insignifiante. Ceci limite donc énormément son utilisation et amène à considérer différents alliages d'aluminium. Ces alliages sont obtenus par ajout de certains éléments entrant en solution solide (par substitution ou par insertion) ou formant des précipités avec l'aluminium présent. Ces différents ajouts ont pour but d'améliorer les caractéristiques mécaniques de l'aluminium pur.

Une classification de ces alliages a été élaborée suivant la nature de l'élément majoritaire ajouté : on distingue les séries 1xxx, 2xxx, 3xxx, 4xxx, 5xxx, 6xxx et 7xxx. Il existe d'autres types d'alliages mais ils ne seront pas détaillés dans la suite. Le tableau 1.1 répertorie le ou les élément(s) majoritaire(s), en plus de l'aluminium, pour chacune de ces sept séries. D'autres éléments entrent aussi dans la composition de ces alliages mais dans des proportions moindres.

Cependant, la classification des alliages d'aluminium peut être effectuée à partir d'autres critères établis en fonction des traitements appliqués lors de l'élaboration de chacun de ces

classe	élément(s) majoritaire(s) (autres que l'aluminium)
1xxx	aluminium pur à au moins 99.00% (en composition chimique)
2xxx	cuivre
3xxx	manganèse
4xxx	silicium
5xxx	magnésium
6xxx	silicium - magnésium
7xxx	zinc - magnésium

TAB. 1.1 : Classification générale des alliages d'aluminium.

alliages. Ces différents traitements, ainsi que la composition de l'alliage, permettent d'obtenir les propriétés mécaniques désirées. On retiendra en particulier les distinctions suivantes :

1. **Alliages corroyés** ou **alliages de fonderie**. Les **alliages corroyés** sont les métaux ayant été travaillés à froid ou à chaud tandis que les **alliages de fonderie** servent à la production de pièces moulées. La série 4xxx est un alliage de fonderie alors que les six autres classes sont des alliages corroyés.
2. Au sein des **alliages corroyés**, on distingue :
 - les **alliages à durcissement par écrouissage**, aussi appelés **alliages non trempants**. Ils regroupent les séries 1xxx, 3xxx (manganèse) et 5xxx (magnésium) dont le durcissement est obtenu par des traitements d'écrouissage et d'adoucissement.
 - les **alliages à durcissement structural**, aussi appelés **alliages trempants**. Ils englobent les séries 2xxx (cuivre), 6xxx (silicium-magnésium) et 7xxx (zinc-magnésium) dont le durcissement provient de traitements de trempe structurale.

L'ensemble des alliages d'aluminium présente les propriétés générales suivantes :

- La résistance mécanique à chaud (dès 100°C) de ces alliages est très faible. Cette propriété ne permet pas d'utiliser ces alliages pour la conception de mécanismes travaillant à chaud.
- La température de fusion des alliages d'aluminium varie entre 600°C et 700°C .
- Les alliages d'aluminium sont adaptés aux procédés de mise en forme tels que le laminage, l'emboutissage, le filage,...
- Tous les alliages d'aluminium présentent naturellement une couche d'alumine Al_2O_3 qui les protège des attaques chimiques extérieures.

1.2.2 Les traitements appliqués aux alliages d'aluminium [Barralis et Maeder, 5ème édition; Sarrazin, 1995]

Dans cette section, les différents traitements appliqués aux alliages d'aluminium corroyés sont présentés. Dans un premier temps, on s'intéresse aux traitements thermomécaniques appliqués aux alliages à durcissement par écrouissage. Puis, les traitements de trempe structurale appliqués aux alliages à durcissement structural sont détaillés.

Précisons enfin que ces traitements sont répertoriés par une nomenclature supplémentaire indiquée après la nature chimique de l'alliage d'aluminium considéré : H pour un écrouissage, O pour un recuit et T pour un traitement thermique.

1.2.2.1 Les traitements thermomécaniques appliqués aux alliages à durcissement par écrouissage

Les alliages à durcissement par écrouissage subissent généralement deux traitements successifs :

1. Tout d'abord, ils sont soumis à un **traitement d'écrouissage** qui consiste à écrouir le matériau à chaud ou à froid de façon à augmenter sa résistance mécanique. En contrepartie, il a pour effet d'augmenter fortement la densité de dislocations. La microstructure présente alors un très grand nombre de défauts. Ainsi, l'état écroui n'est pas stable et un vieillissement naturel a généralement lieu à température ambiante après ce traitement.
2. Afin d'accélérer ce vieillissement naturel et stabiliser l'état écroui, le métal est ensuite soumis à des **traitements d'adoucissement**. Il s'agit de traitements de restauration et de recristallisation. Dans ce but, le métal subit un recuit ; il est maintenu à des températures comprises entre 200°C et 400°C pendant une durée déterminée. Ces deux paramètres déterminent le niveau de restauration et de recristallisation de la structure. Au cours du recuit, la restauration va, tout d'abord, avoir lieu. Les dislocations se réarrangent pour former des sous-joints de grains de façon à adopter une configuration d'énergie minimale. Cette étape permet de restaurer en partie les propriétés mécaniques de l'alliage sans changer de façon notable la microstructure. Si le recuit est poursuivi, de nouveaux grains germent et grossissent ; il s'agit de la recristallisation. Une nouvelle structure de grains est formée et le matériau présente une densité de dislocations très faible et une répartition homogène des grains. Si le recuit est poursuivi, l'évolution métallurgique se caractérise par un grossissement des grains. Le matériau sera d'autant plus adouci que le temps de maintien est important.

1.2.2.2 Les traitements de trempe structurale appliqués aux alliages à durcissement structural

Les alliages à durcissement structural sont obtenus après un traitement de trempe structurale comprenant plusieurs étapes illustrées par la figure 1.1 :

1. Dans un premier temps, les composants de l'alliage sont mis en **solution solide** à très haute température.
2. Ensuite, une **trempe** a lieu en vue de conserver à température ambiante la structure de la solution solide existant à des températures plus élevées. La résistance mécanique de l'alliage est alors très faible.
3. Une **maturation** à température ambiante suit la trempe permettant à la structure d'atteindre un état stable. Ce vieillissement est caractérisé par un léger durcissement de l'alliage causé par une précipitation des zones de Guinier-Preston cohérentes avec la matrice élevant sensiblement les propriétés mécaniques de l'alliage.
4. Enfin, un **revenu** (maintien de l'alliage à température légèrement élevée) est appliqué afin d'accélérer le durcissement de l'alliage. Une précipitation, sous une forme cohérente avec la matrice, des éléments initialement présents au sein de la solution solide a lieu : il s'agit de la précipitation de la phase durcissante. Ces précipités sont de type Mg_2Si (resp. Al_2CuMg) pour des alliages 6061 et 6082 (resp. 2024). Dans certains alliages, il se peut que les précipités durcissants soient de différentes natures chimiques. Les propriétés mécaniques sont maximales lors de cette étape, référencée T6. Le maximum de durcissement observé à l'état T6 correspond à une taille et à une répartition optimales des précipités. Cependant, à

l'état T6, ces précipités ne sont pas stables à toutes les températures. Ainsi, si le revenu est poursuivi (cas du **sur-revenu**), ils continueront à croître et deviendront de moins en moins cohérents avec la matrice engendrant une chute de la résistance mécanique de l'alliage. La phase cohérente (resp. semi-cohérente) des précipités est notée β'' (resp. β') sur la figure 1.1. La phase incohérente notée β correspondent à la phase d'équilibre.

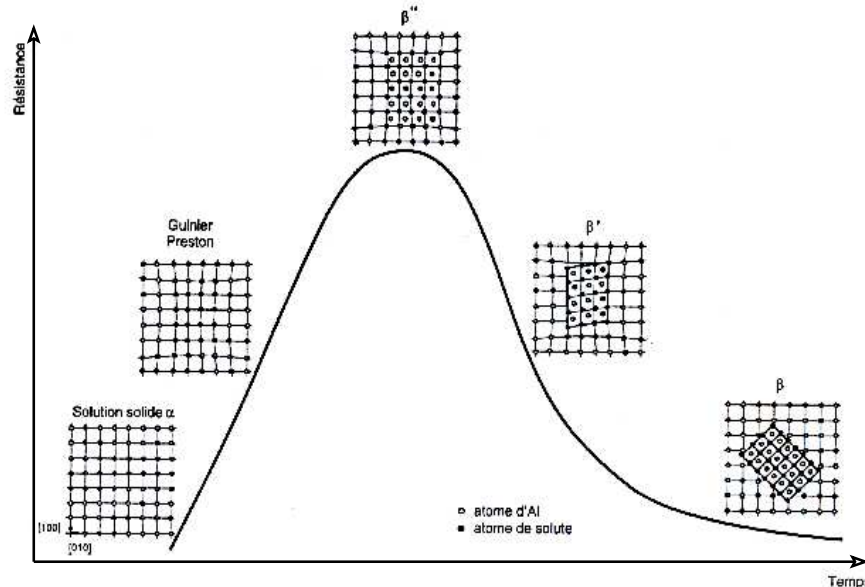


FIG. 1.1 : Évolution des propriétés mécaniques d'un alliage de la série 6xxx lors des différentes phases d'un traitement de trempe structurale [Sarrazin, 1995] : mise en solution solide, trempe, maturation, revenu, sur-revenu.

En conclusion, la précipitation est un mécanisme prépondérant dans le durcissement d'un alliage d'aluminium à durcissement structural. En effet, ces précipités correspondent à des obstacles au mouvement des dislocations au sein de la matrice formée par les atomes d'aluminium et ceux ajoutés. Cette matrice possède une structure CFC pour les alliages de la série 6xxx. Ainsi, leur densité, leur taille et leur forme sont à la base du niveau de durcissement des alliages d'aluminium à durcissement structural.

1.2.3 Le soudage des alliages d'aluminium [Blondeau, 2001a; Blondeau, 2001b]

1.2.3.1 Les techniques de soudage conventionnelles

Dans cette partie, les différentes techniques de soudage d'alliages d'aluminium dites conventionnelles sont décrites très brièvement. On ne mentionnera pas la soudabilité de tel ou tel alliage en fonction de la technique ; ce point sera abordé dans la partie suivante.

Les différents procédés de soudage des alliages d'aluminium dérivent de ceux utilisés pour l'assemblage des aciers mais ils doivent être adaptés aux spécificités des alliages d'aluminium : présence de la couche protectrice d'alumine, propriétés thermiques et électriques,...

On cite tout d'abord l'ensemble des procédés de soudage à l'arc : le TIG (Tungsten Inert Gas) et le MIG (Metal Inert Gas). Ces techniques utilisent un plasma (gaz totalement ionisé, en général de l'argon ou de l'hélium) créé par le passage d'un courant électrique entre les pièces à

souder et une électrode. La chaleur dégagée par cette ionisation va amener le métal à la fusion. Le plasma sert aussi à protéger ce métal en fusion de l'oxydation. Ces deux procédés de soudage se distinguent par la nature de l'électrode :

- En soudage MIG, l'électrode est fusible. Le métal en fusion de l'électrode coule dans le bain afin de réaliser la jonction des deux pièces.
- En soudage TIG, l'électrode en tungstène est réfractaire (non fusible). Elle ne participe pas à la formation du cordon de soudure.

Le soudage par point (soudage électrique par résistance) est aussi utilisé pour l'assemblage d'alliages d'aluminium. Son principe consiste à maintenir fortement les deux plaques l'une sur l'autre à l'aide de deux électrodes. Ensuite, un courant de forte intensité traverse les pièces pour créer un noyau fondu à l'interface des deux plaques. Son refroidissement fixera définitivement les deux plaques entre elles.

Le soudage par faisceau d'électrons est un procédé utilisant un faisceau d'électrons pour fondre la matière. Aucun métal d'apport n'est utilisé.

Enfin, mentionnons aussi le soudage laser pour lequel la fusion de la matière est obtenue par un rayonnement monochromatique cohérent et focalisé sur l'interface afin d'obtenir une forte densité d'énergie. On distingue deux techniques particulières : le laser gaz CO₂ qui utilisent des puissances très importantes et le laser solide YAG qui utilisent des puissances beaucoup plus réduites.

1.2.3.2 Soudabilité des alliages d'aluminium

La notion de soudabilité d'un métal décrit sa capacité à supporter le fort apport de chaleur et les changements physico-chimiques générés lors du procédé de soudage. Certains assemblages soudés présentent des défauts localisés engendrant des propriétés mécaniques trop réduites en vue d'une utilisation ultérieure. Parmi ces défauts, on peut citer la fissuration à froid et l'arrachement lamellaire. Ces deux types de défauts apparaissent majoritairement avec des aciers.

La fissuration à froid se produit généralement à basse température (inférieure à 200°C) dans la zone affectée thermiquement ou dans la zone du métal fondu. Ce phénomène se produit lorsque de l'hydrogène se dissout dans le cordon et se retrouve piégé après solidification ; ces poches d'hydrogène seront à l'origine de fissures.

La soudabilité des alliages d'aluminium se confond en général avec la sensibilité de l'alliage à la fissuration à chaud. Ce phénomène se produit lors de la solidification du métal ; il est provoqué par les déformations de la matrice solide en cours de solidification au cours de laquelle des poches de métal liquide se forment au milieu d'une matrice de métal déjà solidifiée. Ces déformations sont causées par deux phénomènes principaux. La contraction de solidification intervient lors du passage de l'état fluide à l'état solide ; ce passage s'accompagne d'une contraction de volume. De plus, la diminution de température engendre aussi une contraction thermique du solide. En outre, les déformations engendrées par les contraintes extérieures peuvent aussi jouer un rôle non-négligeable. Les fissures sont toujours localisées dans les espaces interdendritiques car il s'agit des zones qui se solidifient en dernier. Ces fissures se développent longitudinalement au cordon. Enfin, elles peuvent être internes ou déboucher en surface.

Pour certains alliages d'aluminium, il est possible de l'éviter en ajustant correctement les paramètres de soudage (vitesse et intensité de la source de chaleur, nature du métal d'apport,...). Cependant, ce phénomène est inévitable pour une majorité d'alliages des séries 2xxx et 7xxx soudés à l'arc (MIG-TIG). De plus, certains alliages des séries 2xxx, 6xxx et 7xxx présentent aussi ce problème pour les soudages laser et à faisceau d'électrons [Blondeau, 2001a]. C'est pourquoi, le friction stir welding propose une alternative intéressante dont le but est de pallier

ces problèmes de soudabilité pour certaines séries d'alliages d'aluminium.

1.3 Le procédé de soudage par friction et malaxage

Cette section est consacrée à la présentation du procédé de soudage par friction et malaxage. Dans un premier temps, le procédé est décrit d'un point de vue technique. Les modifications microstructurales qu'il engendre sont ensuite exposées. Enfin, plusieurs informations sont données pour mieux cerner les caractéristiques de ce procédé et ses avantages vis-à-vis d'autres procédés de soudage.

1.3.1 Description du soudage par friction et malaxage

1.3.1.1 Le procédé

Le friction stir welding est un procédé de soudage par friction et malaxage de la matière située sous et autour de la tête de friction. Une de ses caractéristiques principales consiste à ne pas faire fondre les matériaux que l'on veut assembler ; la chaleur générée lors du soudage provoque cependant un changement de phase à l'état solide : les températures atteintes permettent à la matière de prendre une consistance pâteuse à proximité de la tête de friction. Celles-ci n'excèdent pas 500°C ce qui correspond à environ 75% de la température de fusion des alliages. Ce procédé a été développé à partir de 1991 par The Welding Institute (TWI).

Pour effectuer l'assemblage, un outil non consommable est utilisé. Cet outil est composé d'un épaulement ("shoulder", en anglais) auquel est fixé un pion ("pin" ou "probe", en anglais) sous sa face inférieure (cf. figure 1.4). On appelle "zone d'attaque" ("advancing side", en anglais) la plaque où vitesse de soudage et vitesse de rotation ont le même sens et "zone retraitée" ("retreating side") l'autre plaque (cf. figure 1.2).

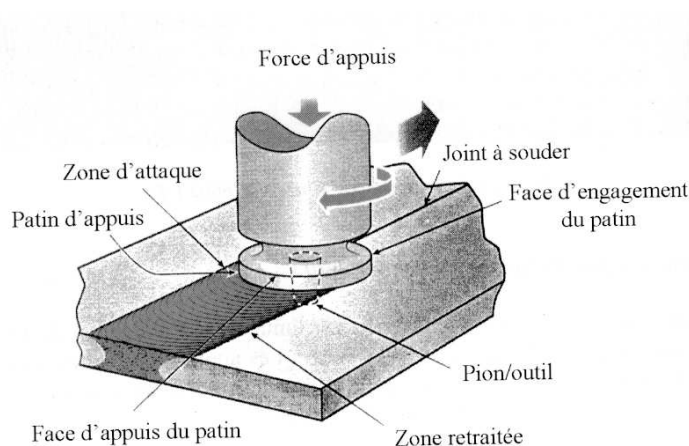


FIG. 1.2 : Le soudage par friction et malaxage [Blondeau, 2001b].

Le procédé de soudage par friction et malaxage comprend trois étapes, illustrées par la figure 1.3 :

- La première phase consiste en la plongée de l'outil à l'interface entre les plaques (cf. figure 1.3(a)). Celles-ci sont solidement fixées l'une contre l'autre sur un support fixe, les efforts de bridage étant très importants (plusieurs dizaines de kN). L'outil est mis en rotation puis

s'approche d'une extrémité du joint à souder. Le pion pénètre peu à peu à l'intérieur de ce joint jusqu'à ce que l'épaule soit en contact avec les plaques. La plongée du pion s'effectue grâce à la rotation qui permet de chauffer la région par frottement pour faciliter sa pénétration. L'effort vertical qu'exerce l'épaule sur les plaques est alors très important, allant de quelques kN à une trentaine de kN suivant le cas. Dans [Khandkar *et al.*, 2003], la force appliquée est de 22.24kN (25kN dans [Song et Kovacevic, 2002]), soit une puissance fournie à l'outil variant entre 1000W et 3000W. Dans [Song et Kovacevic, 2002], la vitesse de plongée de l'outil dans les plaques vaut 5 mm.s^{-1} . L'axe de l'outil coupe généralement la surface de contact entre les deux plaques.

- La seconde phase correspond à l'avancement de l'outil (cf. figure 1.3(b)). Celui-ci est mis en translation le long du joint, tout en conservant sa rotation. Le pion avance aisément dans la matière suite à l'échauffement provoqué par le frottement, d'une part, entre le pion et la matière, et, d'autre part, entre l'épaule et la matière. De plus, lors de cette phase, le travail des déformations plastiques constitue une autre source de chaleur. Cet échauffement rend la matière pâteuse permettant l'avancement de l'outil à travers les plaques. La rotation de l'outil provoque aussi un brassage complexe de la matière. Celui-ci est déterminant dans la description de la distribution de température et les propriétés mécaniques de l'assemblage obtenu.
- Arrivé à la fin du joint, l'outil est retiré des plaques laissant apparaître un trou qui sera par la suite supprimé (cf. figure 1.3(c)). Tout au long du parcours de l'outil, il existe une légère diminution de l'épaisseur des plaques de l'ordre de 3 à 6% [Chao et Qi, 1999], sous l'effet de la pression appliquée par l'outil sur la matière et des copeaux formés.

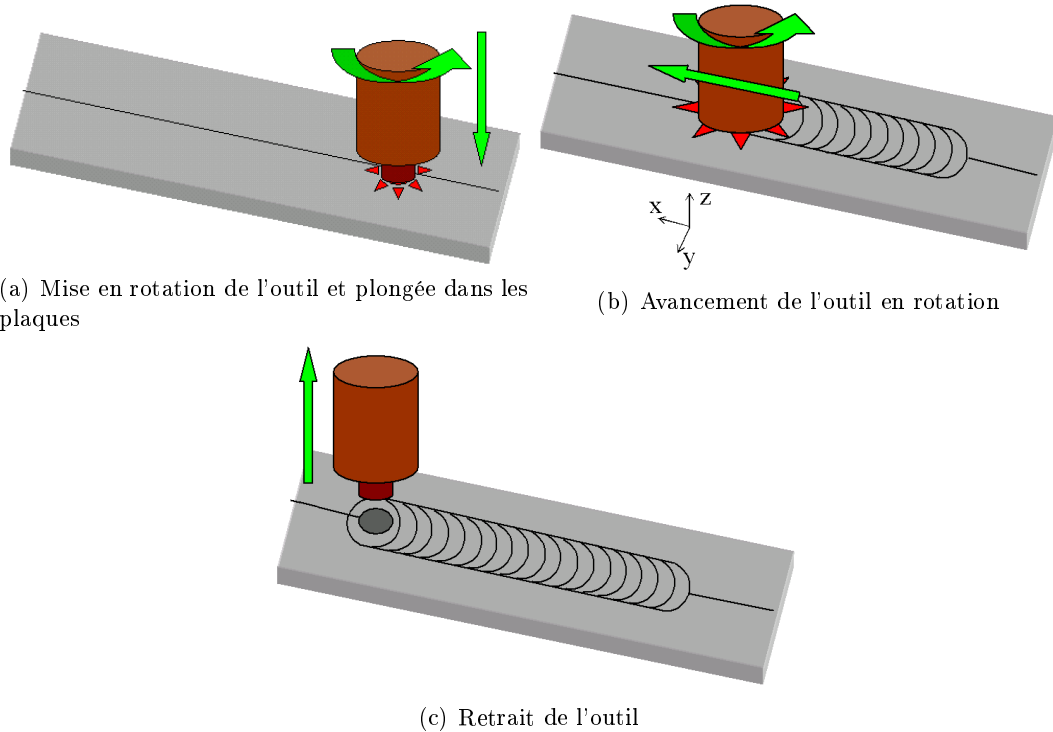


FIG. 1.3 : Description des différentes phases du procédé de soudage par friction et malaxage.

Les bancs de commande de l'outil peuvent être pilotés soit en effort, soit en déplacement.

Généralement, il est d'usage de piloter le soudage en effort, une fois connus les différents paramètres de soudage à utiliser. Un pilotage en déplacement est préféré pour la réalisation de tests de paramètres.

1.3.1.2 Description de l'outil

La géométrie de l'outil est représentée sur la figure 1.4. Il est généralement constitué dans un acier très résistant (H13 dans [Song et Kovacevic, 2002] ou D2 dans [Guerra *et al.*, 2003]), de façon à supporter les efforts lors du soudage. Les dimensions de l'outil varient suivant l'application que l'on en fait mais, d'après l'ensemble de la bibliographie, la hauteur du pion est comprise entre 5 et 8mm, le rayon de l'épaulement est compris entre 9 et 13mm et celui du pion entre 3 et 6mm (il existe classiquement un rapport 3 entre ces deux rayons). La hauteur du pion est légèrement inférieure à l'épaisseur des plaques afin de permettre un brassage de la matière sur toute l'épaisseur du joint.

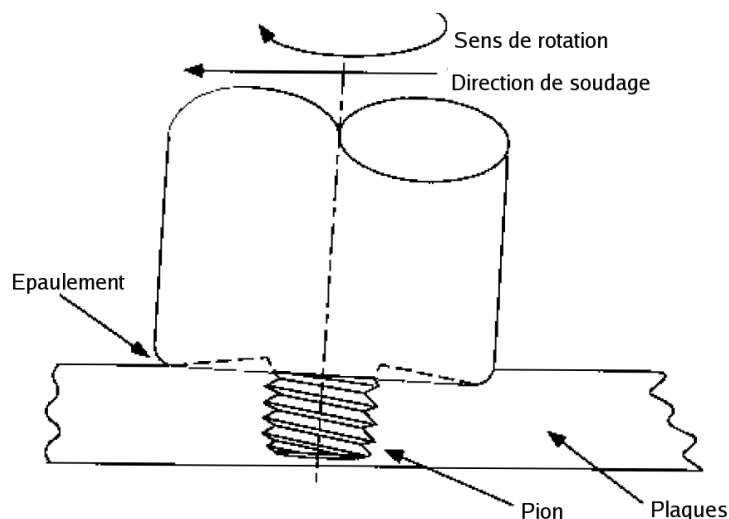


FIG. 1.4 : Géométrie de l'outil [Colligan, 1999].

Le pion est souvent fileté ; les travaux de [Ulysse, 2002; Record *et al.*, 2004] utilisent un pas de filetage égal à $1.1mm.tr^{-1}$. En général, il s'agit d'un filetage à gauche pour une rotation de l'outil dans le sens horaire ou d'un filetage à droite pour une rotation dans le sens trigonométrique. La présence du filetage influence grandement l'écoulement de la matière autour de l'outil car il a tendance à entraîner la matière vers la face inférieure des plaques [Ulysse, 2002]. En outre, de nouvelles formes d'outil voient le jour. Elles sont conçues dans le but d'obtenir un meilleur écoulement de la matière autour de l'outil (cf. section 1.3.3.2).

La géométrie de l'épaulement est aussi particulière. D'une part, il présente une forme conique dont l'angle varie entre 3° et 7° . Ce renforcement permet à la matière de ne pas s'échapper lors du soudage. D'autre part, l'axe de l'outil n'est pas rigoureusement perpendiculaire aux plaques ; il est incliné d'un angle de $2-3^\circ$ par rapport à la verticale. Cette géométrie particulière est visible sur la figure 1.4 où la direction de soudage est indiquée.

1.3.1.3 La couche limite au contact de l'outil

Des études expérimentales [Guerra *et al.*, 2003; Schmidt *et al.*, 2006] ont montré qu'il existe, au contact de l'outil, une fine couche limite ("shear layer", en anglais). Son épaisseur est estimée à 1mm. Cette couche limite correspond à une faible quantité de matière entraînée par adhérence avec l'outil; elle est donc soumise à des déformations et des températures très importantes. L'interface entre cette couche limite et le reste de la matière correspond à une surface de discontinuité de l'écoulement de matière. Cependant, la description de cette couche limite n'est pas encore parfaitement établie.

1.3.1.4 Les métaux et alliages assemblés par friction stir welding

À l'origine, ce procédé de soudage a été conçu pour assembler des alliages qui ne peuvent pas l'être par des techniques classiques de soudage par fusion (soudage à l'arc, soudage laser). C'est le cas d'une grande majorité des séries 2xxx et 7xxx des alliages d'aluminium à durcissement structural (cf. section 1.2.3.2). Il est basé sur la faible résistance mécanique à chaud des alliages d'aluminium. Ceux-ci sont donc facilement malléables sous des températures relativement faibles ($\simeq 200 - 300^\circ\text{C}$) facilitant ainsi la plongée et l'avancement de l'outil (cf. section 1.2.1).

L'utilisation du friction stir welding a cependant rapidement été élargie à d'autres métaux. Ainsi, certaines études rendent compte de la soudabilité d'alliages de cuivre par friction stir welding [Källgren *et al.*, 2004], d'alliages de magnésium ou même de titane. Des essais ont aussi été effectués pour des aciers mais des difficultés liées à la dureté de ces métaux sont apparues, entraînant des ruptures de l'outil soumis à des sollicitations trop importantes.

Des assemblages de métaux différents peuvent aussi s'effectuer par friction et malaxage. Les travaux de [Fukumoto *et al.*, 2004] rendent compte d'essais de soudage d'un acier avec un alliage d'aluminium mettant ainsi en évidence certaines règles à respecter lors de l'assemblage. Cependant la faisabilité n'est pas définitivement démontrée, mais cela pourrait constituer un grand avantage de ce procédé.

1.3.2 Évolutions métallurgiques lors du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage

1.3.2.1 Distinction de zones au sein du cordon

Comme l'ensemble des procédés de soudage, le friction stir welding présente l'inconvénient d'affaiblir les propriétés mécaniques de l'assemblage par rapport à celles du métal de base. Cette diminution provient des modifications métallurgiques intervenant lors du soudage. Cependant, le fait de ne pas amener le métal au-delà de son point de fusion permet d'obtenir des modifications métallurgiques moins importantes que lors des procédés de soudage par fusion.

L'observation au microscope optique de coupes transversales met en évidence quatre zones en fonction des températures atteintes, des déformations subies ainsi que de considérations métallurgiques. Elles sont représentées schématiquement sur la figure 1.5 où la "zone retraitée" se trouve à droite et la "zone d'attaque" à gauche. Dans la suite, nous décrivons les principales évolutions métallurgiques au sein de ces quatre zones pour les alliages d'aluminium à durcissement structural. Leurs incidences sur les propriétés mécaniques globales sont aussi étudiées.

- **Zone A** : métal de base dont les propriétés mécaniques globales ainsi que la microstructure restent inchangées au cours du procédé.
- **Zone B** : zone affectée thermiquement, ZAT. Les propriétés mécaniques ainsi que la microstructure sont modifiées par le passage de la source de chaleur générée par l'outil. Les

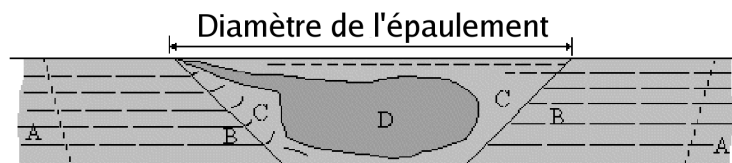


FIG. 1.5 : Illustration schématique d'un cordon de soudure par friction stir welding (la "zone retraits" se trouve à droite et la "zone d'attaque" à gauche).

changements de propriétés sont analogues à ceux de la zone affectée thermiquement obtenue par des procédés de soudage classiques (arc, laser). Cette zone n'a pas subi de déformations dues au passage de l'outil. Les températures variant entre 250°C et 400°C , la matière dans cette zone subit ainsi un sur-revenu caractérisé par une croissance des précipités durcissants (cf. section 1.2.2.2). Selon [Mahoney *et al.*, 1998], la taille des précipités de type MgZn_2 présents dans un alliage 7075-T651 augmente de $10 - 20\text{nm}$ à $20 - 30\text{nm}$. Le grossissement peut aussi conduire à des coalescences entre les précipités, ce qui se traduit par une disparition des petits précipités au profit des plus gros. Ce grossissement va entraîner une chute de la résistance mécanique (dureté, limite d'élasticité) dans cette zone, en particulier pour les alliages dont le traitement initial correspondait à l'état T6, état de durcissement optimal (cf. figure 1.1). Cette chute de résistance mécanique s'explique aussi par la perte de cohérence des précipités vis-à-vis de la matrice.

- **Zone C :** zone affectée thermomécaniquement, ZATM. Les propriétés mécaniques et la microstructure sont modifiées non seulement par le passage de la source de chaleur (comme pour la zone affectée thermiquement) mais aussi par les grandes déformations causées par la rotation de l'outil. Les températures varient entre 400°C et 450°C . Le diamètre de la zone affectée thermomécaniquement diminue avec la profondeur pour atteindre le diamètre du noyau soudé au niveau inférieur des plaques, mettant de fait en évidence l'effet de l'épaulement sur le malaxage de la matière (cf. figure 1.5). Dans cette zone, les grains sont extrêmement déformés, la densité de dislocations est relativement faible et il n'y a pas de recristallisation dynamique [Rhodes *et al.*, 1997]. Un grossissement et une coalescence des précipités ont aussi lieu comme dans la zone affectée thermiquement. Cependant, étant donné les températures élevées, la majorité de ces précipités se dissolvent et repassent en solution solide. On observe ainsi une diminution de la résistance mécanique (cf. figure 1.1).
- **Zone D :** zone du noyau soudé ("weld nugget", en anglais). Cette zone connaît des déformations encore plus importantes que dans la zone affectée thermomécaniquement et les températures sont comprises entre 450°C et 500°C . On remarque que cette zone occupe le coeur du cordon mais s'étend aussi sous l'outil au niveau de la région supérieure de la "zone d'attaque". La microstructure est entièrement recristallisée dynamiquement ce qui entraîne une large diminution de la taille des grains qui varie alors entre $3\mu\text{m}$ et $10\mu\text{m}$. La densité de dislocations est très faible dans cette zone et les précipités initialement présents sont complètement dissous [Mahoney *et al.*, 1998] et repassés en solution solide. Ceci explique la diminution de la résistance mécanique au niveau de la zone du noyau soudé après soudage. Précisons enfin que cette dissolution complète permet la formation de zones de Guinier-Preston, une fois le métal revenu à température ambiante ; il s'agit de la phase de maturation aussi appelée vieillissement naturel (cf. section 1.2.2.2).

Pour illustrer les caractéristiques de chacune de ces quatre zones, nous avons reproduit sur la figure 1.6 les évolutions des fractions volumiques des zones de Guinier-Preston et des précipités

durcissants dans un cordon de soudure. Les données (issues de [Genevois, 2004]) correspondent à deux alliages d'aluminium 2024 : un dont le traitement thermique est T351 et l'autre dont le traitement thermique est T6. Ainsi, ces graphes permettent d'illustrer aussi l'influence de l'état initial de l'alliage sur les évolutions métallurgiques intervenant lors du soudage :

- Pour l'alliage 2024-T351, on constate que l'état initial est caractérisé par une fraction volumique importante en zones de Guinier-Preston et une absence de précipités. Dans la zone affectée thermiquement, les zones de Guinier-Preston disparaissent au profit des précipités durcissants ; il s'agit de la maturation de l'alliage illustrée par la figure 1.1. De plus, dans la zone affectée thermomécaniquement, on observe une dissolution de ces précipités ; cette dissolution est quasi-complète dans le noyau soudé sous l'effet des hautes températures. Enfin, parallèlement à cette évolution, les zones de Guinier-Preston sont quasiment inexistantes dans la zone affectée thermomécaniquement alors qu'elles reprécipitent dans le noyau soudé après soudage.
- Pour l'alliage 2024-T6 caractérisé par un état initial présentant une forte fraction de précipités durcissants et une absence de zones de Guinier-Preston, on remarque que cette fraction diminue sous l'effet des hautes températures dès la zone affectée thermiquement. De plus, la dissolution est quasi-complète dans le noyau soudé. La phase de maturation naturelle post-soudage est caractérisée par l'apparition des zones de Guinier-Preston dans la zone affectée thermomécaniquement et le noyau soudé.

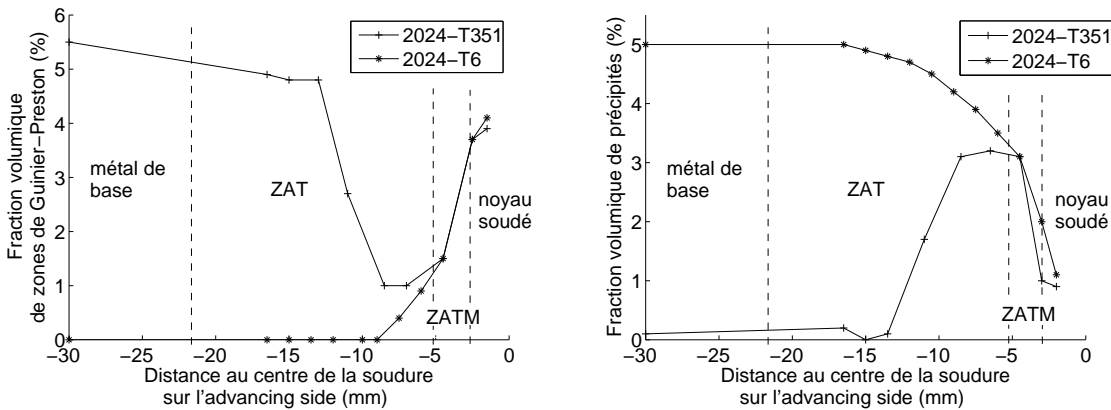


FIG. 1.6 : Évolutions des fractions volumiques des zones de Guinier-Preston et des précipités dans un assemblage d'aluminium 2024 pour différents traitements initiaux (T351 et T6). Les graphes sont issus de [Genevois, 2004] et correspondent à l'avancing side.

Parallèlement aux évolutions métallurgiques pour l'alliage 2024-T6, [Genevois, 2004] donne l'évolution de la taille des précipités durcissants dans un cordon de soudure : plus on se rapproche du noyau soudé, plus la taille des précipités augmente ; d'une taille initiale de $7 - 8nm$, les précipités grossissent dans la ZAT pour atteindre plus de $20nm$ dans la ZATM. Ces données sont conformes aux résultats expérimentaux de [Mahoney *et al.*, 1998] mentionnés plus haut.

1.3.2.2 Réalisation de coupes métallographiques

Dans ce qui suit, différentes coupes métallographiques réalisées sur un alliage d'aluminium 7050-T6 en chacune des quatre zones précédentes sont présentées. Ces coupes ont été réalisées

à l'aide d'un réactif de Keller : 5cm^3 d'acide fluorhydrique (HF), 15cm^3 d'acide chlorhydrique (HCl), 25cm^3 d'acide nitrique (HNO_3) et 955cm^3 d'eau.

La figure 1.7 présente des coupes métallographiques représentant le métal de base (cf. figure 1.7(a)) et la zone du noyau soudé (cf. figure 1.7(b)). La figure 1.7(a) met en évidence le sens de laminage des plaques. Ceci montre que, dans cette zone, aucune modification métallurgique n'a eu lieu. Or la texture de la zone du noyau soudé sur la figure 1.7(b) montre une plus grande homogénéité dans l'agencement des grains. D'une part, la direction de laminage n'est plus visible, et, d'autre part, la taille des grains est beaucoup plus réduite que dans le métal de base. Ceci prouve qu'une recristallisation a eu lieu, causée par le passage de l'outil et la chaleur engendrée par celui-ci.

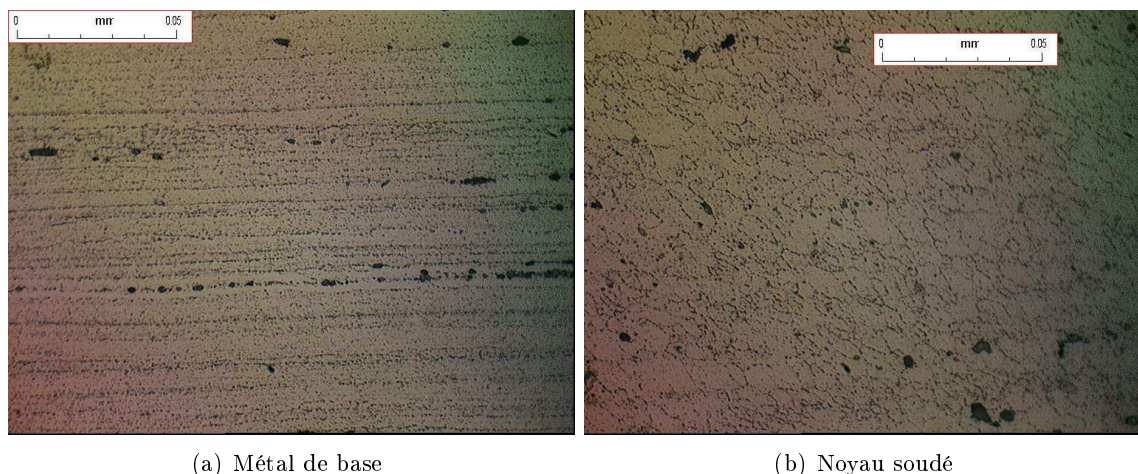


FIG. 1.7 : Coupes métallographiques réalisées sur l'aluminium 7050-T6.

La figure 1.8 présente des coupes métallographiques représentant la transition entre la zone affectée thermiquement, la zone affectée thermomécaniquement et le noyau soudé. La figure 1.8(a) met particulièrement en évidence cette transition du fait de la courbure des lignes indiquant la direction de laminage des plaques. À droite, se trouve la zone affectée thermiquement ; on remarque que cette zone n'a pas subi de déformations dues à l'outil car le sens de laminage apparaît encore clairement. Ensuite, se trouve la zone affectée thermomécaniquement. Les déformations des grains de cette zone sont nettement visibles mais on remarque que les grains n'ont pas subi de recristallisation comme c'est le cas dans le noyau soudé à gauche de la figure 1.8(a). En effet, il existe encore une grande différence entre la taille des grains de ces deux régions. La figure 1.8(b) présente un zoom de la zone de transition entre la zone affectée thermomécaniquement, à droite, et le noyau soudé, à gauche.

1.3.3 Les paramètres déterminants du soudage par friction et malaxage

De nombreux paramètres ont un rôle non négligeable sur la qualité d'un assemblage soudé par friction et malaxage. Les travaux de [Record *et al.*, 2004] ont consisté à examiner l'influence des paramètres suivants :

- vitesse de rotation de l'outil ;
- vitesse de soudage (vitesse de translation de l'outil) ;
- profondeur de plongée de l'outil ;
- dimensions de l'outil : diamètres de l'épaule et du pion, longueur du pion ;

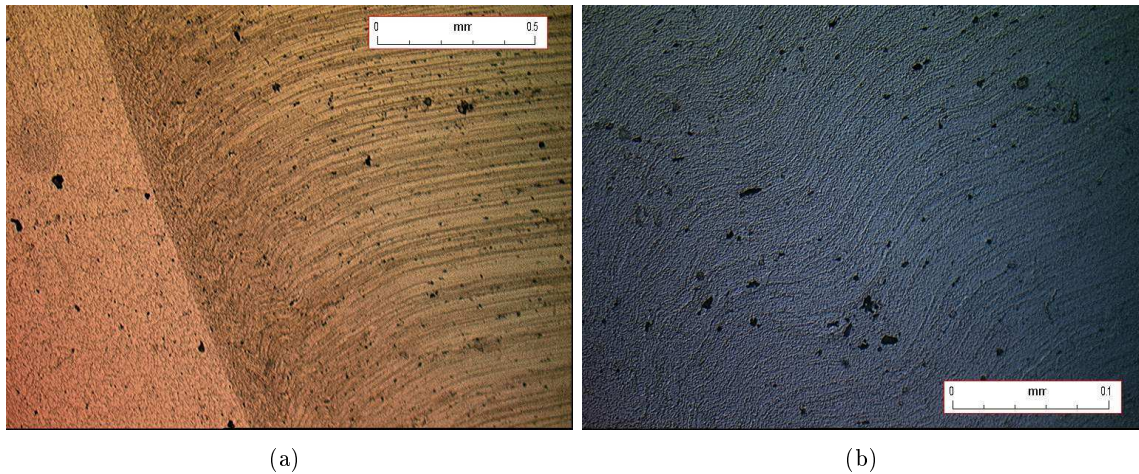


FIG. 1.8 : Coupes métallographiques réalisées sur l'aluminium 7050-T6 au niveau de la transition entre la zone affectée thermiquement et la zone affectée thermomécaniquement.

- force de plongée ;
- localisation de la plongée de l'outil (ce paramètre donne l'endroit où est introduit l'outil dans les plaques en fonction des bords des plaques) ;
- durée de stabilisation de l'outil (temps s'écoulant entre la fin de la phase de plongée de l'outil et le début de la phase d'avancement).

L'ensemble de ces paramètres jouent un rôle sur les efforts ressentis par l'outil pendant son avancement, sur la distribution de température dans les plaques ainsi que dans l'outil, et au final, sur la qualité du joint obtenu. Dans la suite, on examine les trois paramètres les plus influents : le couple vitesse de rotation - vitesse de soudage, dans la section 1.3.3.1, et, la forme de l'outil, dans la section 1.3.3.2

1.3.3.1 Lien entre vitesse de rotation et vitesse de soudage

Vitesse de soudage et vitesse de rotation de l'outil sont naturellement variables en fonction de la nature de l'alliage à assembler et des dimensions des pièces. Ces paramètres devront donc être adaptés afin que l'échauffement et le brassage de la matière soient optimaux tout en assurant une bonne cadence de soudage. Généralement la vitesse de rotation est de l'ordre de la centaine de tours par minute ($200 \text{ à } 500 \text{tr.min}^{-1}$) et la vitesse de soudage est de l'ordre du mm.s^{-1} .

De plus, le choix de la valeur de ces deux vitesses est lié. Il est d'usage d'introduire le rapport

$$\frac{\text{vitesse de soudage}}{\text{rayon du pion} * \text{vitesse de rotation}}$$

pour qualifier le soudage. Si ce rapport est très grand, on parlera de "soudage froid" car la chaleur dissipée par le frottement entre l'outil et les plaques ainsi que le malaxage de la matière n'induiront pas des températures très élevées dans les pièces ; la température sera plus faible comparativement à un soudage optimal. Au contraire, si ce rapport est faible, on parlera de "soudage chaud" car le malaxage et la chaleur dissipée par frottement seront élevés et engendreront de fortes températures.

On peut aussi mentionner la dissolution de la couche d'alumine au sein du métal pâteux lorsque la configuration de soudage (vitesse de soudage et rotation de l'outil) est optimale. Dans

le cas contraire, des petits éléments de cette couche d'alumine sont observables au niveau du cordon.

1.3.3.2 Influence de la forme de l'outil

Dans cette section, nous rapportons les résultats d'une étude de [Zhao *et al.*, 2005] sur la qualité du joint soudé en fonction de l'outil utilisé. Lors de cette étude quatre outils ont été utilisés : le premier avec un pion cylindrique fileté, le second avec un pion cylindrique lisse, le troisième avec un pion conique fileté et le quatrième avec un pion conique lisse. Ainsi, il est possible de tester l'influence du filetage et de la forme du pion, les autres dimensions étant constantes d'un outil à l'autre.

Il est apparu dans cette étude que l'outil avec le pion conique fileté donne la meilleure qualité de joint. Aucun défaut majeur n'est apparu dans le cordon de soudure, le malaxage obtenu avec cet outil est meilleur qu'avec les trois autres, au sens où la texture du noyau soudé est la plus homogène possible. Enfin, les propriétés mécaniques sont meilleures pour un tel joint ; ces propriétés ont été testées sur des essais de traction et flexion.

De plus, l'absence de filetage provoque des défauts (cavités) au niveau de la transition entre la zone affectée thermomécaniquement et le noyau soudé ; ces défauts apparaissent généralement du côté de la "zone d'attaque" car la matière ne fait pas complètement le tour de l'outil ce qui provoque des manques de matière à ce niveau. Enfin, les filets génèrent une quantité de chaleur plus importante ce qui permet d'améliorer le malaxage de la matière.

Outre ce travail, de nombreuses recherches expérimentales sont menées dans le but d'améliorer la forme de l'outil afin d'obtenir un malaxage optimal. Plusieurs formes d'outils sont testées : cylindriques, coniques, lisses, filetés, à cannelures (Trivex), en forme de prisme à base rectangulaire (Triflat),...

1.3.4 Les perspectives d'un tel procédé

Ce nouveau procédé de soudage présente de nombreux avantages lui permettant de concurrencer voire, à terme, de remplacer les procédés de soudage traditionnels pour certains alliages métalliques.

1.3.4.1 Tenue mécanique d'un joint soudé

Concernant la tenue mécanique du joint soudé, l'ensemble des expériences menées jusqu'alors montrent que l'assemblage obtenu présente une résistance mécanique et une tenue à la fatigue comparables aux joints soudés par des techniques traditionnelles.

Dans [Mahoney *et al.*, 1998], des essais de traction ont été réalisés afin de caractériser la perte de tenue mécanique de l'assemblage soudé par rapport au métal de base qui est un alliage d'aluminium 7075-T651. Après la réalisation de la soudure, des éprouvettes ont été découpées au niveau du joint, dans les directions longitudinale et transversale. L'éprouvette longitudinale provient entièrement du noyau soudé alors que celle transverse contient les quatre zones du cordon. Les résultats sont listés dans le tableau 1.2.

Précisons aussi que la rupture de l'éprouvette transverse ne s'est pas produite dans le noyau soudé, mais, au niveau de la transition entre la zone affectée thermiquement et la zone affectée thermomécaniquement ce qui tend à montrer que cette région est la plus faible, du point de vue de sa résistance mécanique. La figure 1.9, issue des travaux de [Wang *et al.*, 2000], présente des profils de dureté effectués sur un assemblage 6061-T6. Ces profils mettent clairement en évidence le minimum de dureté au niveau de la zone de transition entre les zones affectées thermiquement et

	métal de base	éprouvette lon- gitudinale	éprouvette transverse
limite d'élasti- cité (MPa)	571	365 soit une perte de 36%	312 soit une perte de 45%
limite à la rup- ture (MPa)	622	525 soit une perte de 16%	468 soit une perte de 25%
élongation (%)	14.5	15	7.5 soit une perte de 50%

TAB. 1.2 : Perte de la tenue mécanique d'un assemblage soudé par friction et malaxage.

thermomécaniquement sachant que les auteurs ont repéré la zone affectée thermomécaniquement par les deux régions ombrées.

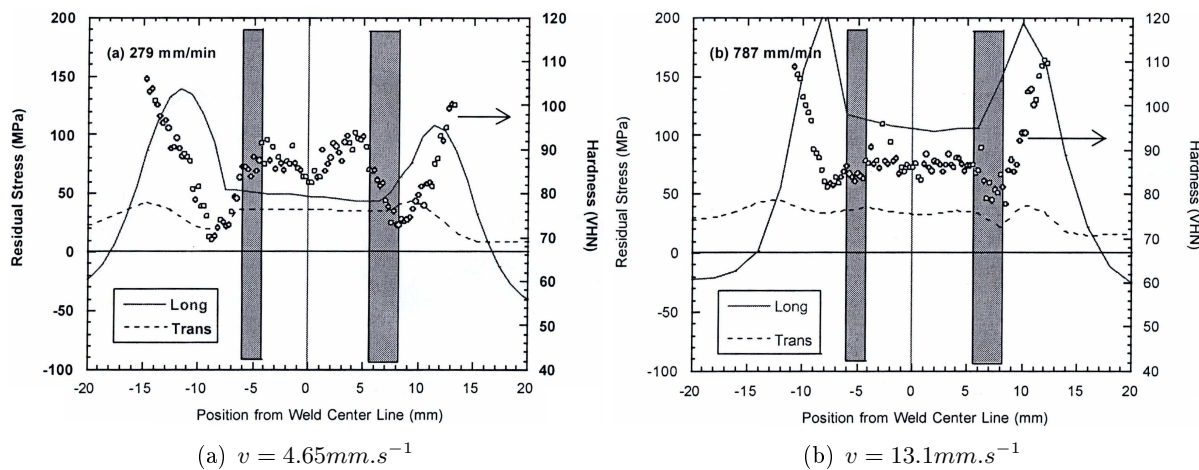


FIG. 1.9 : Contraintes résiduelles expérimentales issues des travaux de [Wang et al., 2000] pour un assemblage 6061-T6 (ligne continue pour la composante longitudinale et ligne en pointillé pour la composante transverse). La dureté est représentée par le nuage de points. Les deux régions ombrées correspondent à la zone affectée thermomécaniquement.

Dans [Thomas et Nicholas, 1997], des tests de traction et de flexion sur des éprouvettes transversales ont aussi été effectués sur un alliage 6082-T6, et les mêmes conclusions ont été faites quant à la fragilité de cette zone de transition. Enfin, dans [Reynolds et al., 1999], des essais de traction sur des éprouvettes transversales de joints soudés de nuance 2195-T8 montrent une diminution de 33% de la limite à la rupture qui a chuté de 610 MPa à 410 MPa .

La fragilité de cette zone de transition s'explique par les évolutions métallurgiques post-soudage (cf. section 1.3.2.1) :

- La phase de vieillissement naturel permet la formation de zones de Guinier-Preston dans le noyau soudé et à moindre échelle dans la zone affectée thermomécaniquement. Ceci confère donc au noyau soudé une meilleure résistance mécanique que lors de la période intermédiaire entre la fin du soudage et le début du vieillissement naturel malgré une structure de grains plus fine générée par la recristallisation.
- Au niveau de la zone affectée thermiquement, les précipités ont évolué vers un état plus stable (cf. figure 1.1) et donc peu de modifications métallurgiques ont lieu après le soudage.

Cette zone conservera donc une faible résistance mécanique due à la taille importante des précipités au sein de l'alliage, en supposant un état de maturation initial optimal T6. Cette remarque est aussi valable pour une partie de la zone affectée thermomécaniquement, expliquant ainsi la faible tenue mécanique de la zone de transition entre les zones affectées thermiquement et thermomécaniquement.

Les problèmes de porosité de joint ou de corrosion sont beaucoup moins importants pour un assemblage soudé par friction et malaxage.

Enfin, les contraintes résiduelles après l'opération semblent moins importantes qu'avec un autre procédé. Des mesures par diffraction X ont été réalisées par [Wang *et al.*, 2000] et il apparaît que les contraintes résiduelles atteignent au maximum 200MPa pour la composante longitudinale (cf. figure 1.9).

1.3.4.2 Industrialisation du friction stir welding

Sur le plan de l'industrialisation, l'automatisation du friction stir welding est relativement facile à mettre en œuvre. Elle nécessite un banc de soudage performant, les efforts transmis à l'outil et le bridage étant très importants. Enfin, le support sur lequel repose les plaques doit être stable pour maintenir les plaques dans la position voulue.

Aucun pré-traitement de la surface des plaques n'est nécessaire (un dégraissage peut toutefois être mis en œuvre). De plus, ce procédé utilise un outil non consommable ; il n'y a ni métal d'apport ni présence d'un gaz particulier comme pour les soudages MIG/MAG.

Il est possible d'assembler des pièces dans plusieurs positions : pièces mises bout à bout, chevauchantes, sections en T, soudure en coin. Des assemblages bidimensionnels peuvent aussi être effectués. Cependant, certaines de ces positions sont encore étudiées à titre expérimental.

Enfin, le friction stir welding présente l'inconvénient de ne pas pouvoir souder des pièces à grande vitesse comparativement à d'autres techniques de soudage. Ceci peut être un frein à son industrialisation.

1.4 Étude bibliographique de la modélisation du soudage par friction et malaxage

La modélisation numérique du friction stir welding et, plus généralement, de l'ensemble des procédés de soudage est le sujet d'étude de nombreux travaux depuis plusieurs années. Les objectifs ultimes de telles études sont très variés. Il peut s'agir aussi bien de la prédiction de l'apparition de problèmes tels que la fissuration à froid ou à chaud que de prédictions de tenue à la fatigue (pour des assemblages soumis à des chargements répétés) ou au flambage (pour des structures minces) étant donné que les assemblages soudés sont destinés à terme à être employés dans un cadre industriel. En outre, on distingue aussi les travaux ayant pour but d'optimiser le procédé de soudage étudié.

L'ensemble des procédés de soudage induisent des modifications microstructurales, des contraintes et des distorsions résiduelles au sein de l'assemblage, en raison d'un apport de chaleur important. Ainsi, avant d'étudier par exemple sa sensibilité au phénomène de fissuration à chaud ou sa tenue à la fatigue, un important travail de modélisation est nécessaire et doit être réalisé en amont. Ce travail doit requérir une attention toute particulière afin de décrire au mieux les phénomènes physiques prépondérants intervenant lors de l'opération. En outre, il doit aussi être réalisé en prenant en considération la nature de l'application recherchée : une étude de sensibilité à la fissuration à chaud ne peut pas être réalisée à partir des mêmes informations qu'une étude de tenue à la fatigue.

Le travail réalisé et présenté dans ce manuscrit concerne la modélisation numérique du friction stir welding en vue de calculer ultérieurement la tenue à la fatigue d'un assemblage. Dans ce but, l'estimation de l'état mécanique résiduel est primordiale. Or, ce procédé de soudage met en jeu des phénomènes physiques non seulement encore mal connus mais aussi difficiles à simuler numériquement comme la description d'un système multi-phasique, la description des transferts de chaleur, la description de la nature du contact entre l'outil et la matière, l'écoulement de matière autour de l'outil,... Une meilleure compréhension de ces phénomènes est donc nécessaire.

La première étape du travail consiste alors à effectuer une recherche bibliographique dont les deux buts principaux sont les suivants :

- être capable de dresser un état de l'art de la modélisation numérique du friction stir welding afin de mieux connaître les phénomènes physiques prépondérants intervenant lors de l'opération de soudage ;
- comprendre les choix effectués lors de la construction des modèles précédents, en étudiant les différentes voies possibles mises en œuvre dans ces travaux de simulation. Ceci fournit une partie des choix possibles pour construire le modèle qui sera présenté dans le deuxième chapitre de ce manuscrit.

La recherche bibliographique réalisée est présentée dans ce qui suit. Dans une première partie, les différences entre les descriptions lagrangienne et eulérienne sont rappelées ainsi que leurs avantages et inconvénients pour la simulation de problèmes mécaniques. Puis, nous décrivons les grandes caractéristiques des approches de type euléro-lagrangien qui permettent de combler les lacunes de chacune des deux approches eulérienne et lagrangienne. Cette première recherche se justifie par la question du choix de la description cinématique qui est à la base des travaux de modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage.

Puis, l'état de l'art de la simulation numérique du friction stir welding est établi au regard des différentes modélisations publiées, qu'elles soient thermiques, métallurgiques, mécaniques, couplées ou non. Pour chacun de ces aspects, les points théoriques aussi bien que pratiques sont détaillés.

1.4.1 Descriptions cinématiques

1.4.1.1 Approches lagrangienne et eulérienne

Une description lagrangienne présente deux caractéristiques principales :

- chaque particule est identifiée à partir de sa position \mathbf{X} dans la configuration initiale notée κ_0 ;
- toute grandeur physique est évaluée en fonction de l'instant actuel t et de la position du point matériel dans la configuration κ_0 .

Ainsi, (\mathbf{X}, t) est le couple de variables utilisé pour repérer un point matériel à l'instant t . La configuration de référence correspond alors à la configuration initiale κ_0 .

L'approche eulérienne consiste à considérer la configuration actuelle notée κ_t comme configuration de référence. Une particule à l'instant t est donc repérée par le couple (\mathbf{x}, t) où \mathbf{x} est le vecteur représentant la position de cette particule à l'instant actuel. Concrètement, une description eulérienne s'attache à donner l'évolution d'une grandeur physique en fonction du temps en un point géométrique donné \mathbf{x} sachant que plusieurs particules pourront occuper successivement ce point géométrique.

D'un point de vue numérique, ces deux approches diffèrent l'une de l'autre par les aspects suivants :

- Lors d'une description lagrangienne du milieu, chaque noeud du maillage correspond à une unique particule identifiable à partir de la connaissance de la configuration initiale. Au

cours de la transformation, chaque noeud du maillage suit exactement le déplacement de la particule à laquelle il est rattaché.

- Lors d’une description eulérienne, le maillage construit est fixe ; les noeuds restent immobiles quelle que soit la transformation matérielle. La matière traverse donc ce maillage sans que les noeuds suivent le déplacement des particules. Chaque noeud du maillage représente une position géométrique successivement occupée par plusieurs particules lors de la transformation.

Pour la résolution de problèmes dans le cadre de transformations infinitésimales, ces deux approches sont analogues. Par contre, dans le cas de grandes déformations, une approche lagrangienne peut devenir problématique car elle peut engendrer de trop grandes distorsions des éléments vu que les noeuds du maillage se déplacent avec la matière. Ces grandes distorsions ne sont pas souhaitables car elles feront apparaître des termes à valeurs très inégales dans la matrice de rigidité : un élément très élargi sera à l’origine d’un mauvais conditionnement de la matrice. Concernant la simulation du soudage par friction et malaxage, une approche lagrangienne ne semble pas être l’approche la plus adaptée en raison des grandes déformations au niveau du contact entre l’outil et la matière.

Il existe plusieurs alternatives à ce problème. Une d’entre elles consiste à effectuer des remaillages lorsque la distorsion des éléments devient trop importante. Par exemple, lors d’un calcul incrémental, il est possible de choisir un pas de temps relativement faible de façon à obtenir des déformations relativement faibles pour ne pas trop distordre les éléments. Ensuite, une actualisation du maillage suivi d’un transport des grandeurs physiques sur la nouvelle configuration doit être effectué. Ce transfert consiste à réactualiser la configuration de référence. Cette approche est classiquement appelée lagrangien réactualisé. Précisons que le remaillage peut être effectué à chaque pas de temps ou après plusieurs pas de temps en fonction des déformations des éléments. La section 1.4.1.2 présente une autre alternative pour gérer ces problèmes de distorsions d’éléments.

Une approche eulérienne présente, elle aussi, un inconvénient majeur : il s’agit de la concordance entre le domaine spatial discrétisé et le domaine physique réel. En effet, comme le domaine spatial discrétisé reste fixe, il est possible que sa frontière ne corresponde pas à la frontière du domaine physique réel. Un exemple simple consiste en la simulation numérique du remplissage de moules par un métal à hautes températures. Lors d’une telle simulation, la matière avance à l’intérieur du moule, ce qui signifie qu’à chaque pas de temps, il faut être capable de connaître cette avancée de matière et de réaliser une nouvelle discrétisation spatiale sur le nouveau domaine physique. Plus généralement, une approche eulérienne n’est pas adaptée aux problèmes présentant des surfaces libres car celles-ci évoluent avec le temps et il est indispensable d’avoir accès à cette évolution. Dans l’annexe A, des méthodes d’actualisation de géométrie sont données.

1.4.1.2 Les approches euléro-lagrangiennes

Les approches de type euléro-lagrangien ont pour but de remédier aux insuffisances respectives des deux approches précédentes. L’idée principale consiste à dissocier le mouvement de la matière du mouvement du maillage ; un champ de vitesse des noeuds du maillage est donc introduit. Les zones à grandes déformations seront décrites par une approche eulérienne alors que les surfaces libres seront décrites par une approche lagrangienne. Les zones intermédiaires présentent une vitesse de maillage permettant de relier les deux régions précédentes le plus régulièrement possible.

Présentation générale

Dans ce qui suit, une présentation sommaire des bases de cette approche est donnée à partir

de [Donea *et al.*, 2004; Bellet et Fachinotti, 2004; Haber, 1984]. Lors d'une description euléro-lagrangienne, on considère les trois configurations suivantes :

- la configuration initiale $\mathcal{C}_{\mathbf{X}}$ qui correspond à la configuration matérielle à l'instant $t = 0$;
- la configuration actuelle $\mathcal{C}_{\mathbf{x}}$ qui correspond à la configuration matérielle à l'instant t ;
- une configuration de référence $\mathcal{C}_{\boldsymbol{\chi}}$, repérée par le système de coordonnées $\boldsymbol{\chi}$.

Il est possible de passer de l'une à l'autre de ces configurations à partir des fonctions vectorielles, continues et bijectives suivantes (cf. figure 1.10) :

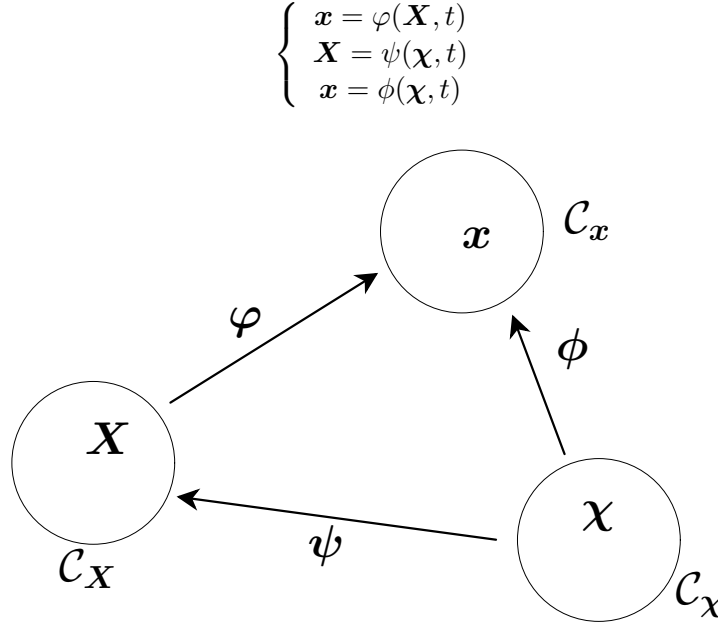


FIG. 1.10 : Définition des différentes configurations lors d'une approche euléro-lagrangienne.

On a donc la relation : $\varphi = \phi \circ \psi^{-1}$. On peut ensuite définir les vitesses relatives entre chacune de ces trois configurations :

$$\begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{v}}(\boldsymbol{\chi}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\boldsymbol{\chi}} \\ \mathbf{w}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\chi}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \end{cases}$$

En dérivant par rapport à la variable t , la relation liant les trois fonctions précédentes ($\mathbf{x} = \varphi(\mathbf{X}, t) = \phi(\psi^{-1}(\mathbf{X}, t), t)$), on obtient l'expression suivante liant ces trois vitesses relatives :

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{w}(\mathbf{X}, t) + \hat{\mathbf{v}}(\boldsymbol{\chi}, t) \quad (1.1)$$

On écrit maintenant la dérivée particulière d'une fonction scalaire f quelconque. Pour cela, il faut préciser la configuration qui est considérée comme celle de référence. Pour une approche euléro-lagrangienne, la configuration de référence est $\mathcal{C}_{\boldsymbol{\chi}}$. Ainsi, en dérivant par rapport à la variable t la relation $f(\boldsymbol{\chi}, t) = f(\psi^{-1}(\mathbf{X}, t), t)$ et en utilisant les relations (1.1) et $\nabla_{\boldsymbol{\chi}} f = \nabla_{\mathbf{x}} f \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}}$, on obtient l'expression fondamentale suivante :

$$\frac{df}{dt}(\mathbf{x}, t) = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} + (\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) - \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{X}, t)) \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f \quad (1.2)$$

L'expression (1.2) montre que pour une particule donnée, la dérivée particulaire de f est la somme de la variation temporelle de f au point \mathbf{x} donné et d'un terme convectif prenant en compte le mouvement relatif de la particule dans la configuration de référence.

On constate que si $\hat{\mathbf{v}}$ est nulle, la configuration $\mathcal{C}_{\mathbf{x}}$ se confond avec la configuration actuelle ce qui correspond à une description eulérienne. Et, à partir de la relation (1.2), on retrouve bien l'expression de la dérivée particulaire correspondant à une approche eulérienne. Au contraire, considérer $\hat{\mathbf{v}}$ égale à la vitesse \mathbf{v} équivaut à confondre la configuration $\mathcal{C}_{\mathbf{x}}$ avec la configuration initiale et l'expression de la dérivée particulaire ne comprend alors plus qu'un seul terme, celui de la variation temporelle de f pour un point matériel donné. Ceci revient à adopter une approche lagrangienne.

Mise en œuvre numérique

Il existe plusieurs méthodes de mise en œuvre numérique d'une formulation euléro-lagrangienne suivant la configuration de référence que l'on adopte. Dans [Haber, 1984], les équations de conservation sont résolues sur la configuration de référence fixe $\mathcal{C}_{\mathbf{x}}$. Dans ce cas, l'équation (1.2) doit être prise en compte en modifiant les termes convectifs présents dans les équations à résoudre. Dans la suite, ce type de résolution est mis de côté pour détailler la mise en œuvre numérique d'une formulation euléro-lagrangienne s'apparentant à une approche de lagrangien réactualisé excepté que le déplacement du maillage s'effectue à partir d'une vitesse de maillage différente de la vitesse matérielle. Cette approche est résumée dans le tableau 1.3, illustré par la figure 1.11.

Étape 1 :	Résolution des équations de bilan (énergie, quantité de mouvement,...) sur la configuration de référence à t
Étape 2 :	Calcul de la vitesse de maillage $\hat{\mathbf{v}}$
Étape 3 :	Actualisation de la configuration
Étape 4 :	Transport des différents champs sur la nouvelle configuration de référence à $t + \Delta t$, à partir de la relation (1.2)

TAB. 1.3 : *Mise en œuvre numérique d'une formulation euléro-lagrangienne lors d'un incrément de calcul.*

En comparaison de la méthode du lagrangien réactualisé, l'étape 2 de l'algorithme du tableau 1.3 est supplémentaire et l'étape 4 est traitée différemment :

- Il existe deux approches pour la détermination du champ de vitesse du maillage [Donea *et al.*, 2004]. La première approche consiste à régulariser le maillage de façon à obtenir des éléments les plus réguliers possibles (approche illustrée par la figure 1.11) et la seconde consiste à adapter le maillage en raffinant certaines zones et en rendant d'autres zones plus grossières en fonction des grandeurs mécaniques calculées.
- Le transport des champs sur la nouvelle configuration est effectuée à partir de l'équation (1.2) dont les dérivées temporelles sont discrétisées par différences finies. On peut noter qu'une interpolation directe est aussi possible à l'aide des fonctions d'interpolation [Bellet et Fachinotti, 2004].

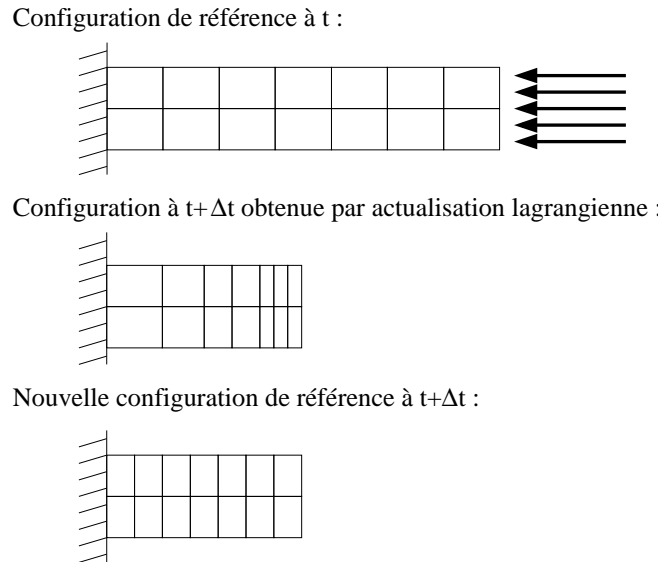


FIG. 1.11 : Illustration d'une formulation euléro-lagrangienne dans le cas d'une poutre en compression.

En conclusion, une approche euléro-lagrangienne est séduisante au sens où elle permet de combler les principaux inconvénients des approches eulérienne et lagrangienne pour les problèmes à grandes déformations et pour le suivi des surfaces libres. Cependant, elle nécessite des opérations supplémentaires comme le remaillage et le transport des grandeurs sur la nouvelle configuration. D'un point de vue numérique, outre le travail nécessaire à l'implémentation de ces opérations supplémentaires, celles-ci peuvent entraîner une augmentation importante du temps de calcul.

1.4.2 État de l'art de la simulation numérique du friction stir welding

Dans cette section, nous nous intéressons à la description des différentes simulations numériques existantes du friction stir welding. En introduction, la nature des couplages entre les modèles thermique, métallurgique et mécanique mis en œuvre lors d'une modélisation d'un procédé de soudage est présentée. Dans les trois parties suivantes, les modèles thermiques, métallurgiques et mécaniques adoptés dans l'ensemble des simulations de la bibliographie sont détaillés. Puis, dans la partie suivante, l'hypothèse de stationnarité qui peut être effectuée lors de la simulation du procédé est exposée brièvement. Enfin, la dernière partie présente un récapitulatif global de ces différentes simulations.

1.4.2.1 Les couplages entre les modèles thermique, métallurgique et mécanique

Les phénomènes physiques mis en jeu lors de l'opération de soudage peuvent être répertoriés en trois catégories :

- **thermique** : apport de chaleur, conduction et convection ;
- **métallurgie** : transformations métallurgiques, proportions de phase et évolutions microstructurales ;
- **mécanique** : frottement, déformations et contraintes induites lors du soudage.

Ces trois types de phénomènes interagissent selon le schéma présenté par la figure 1.12.

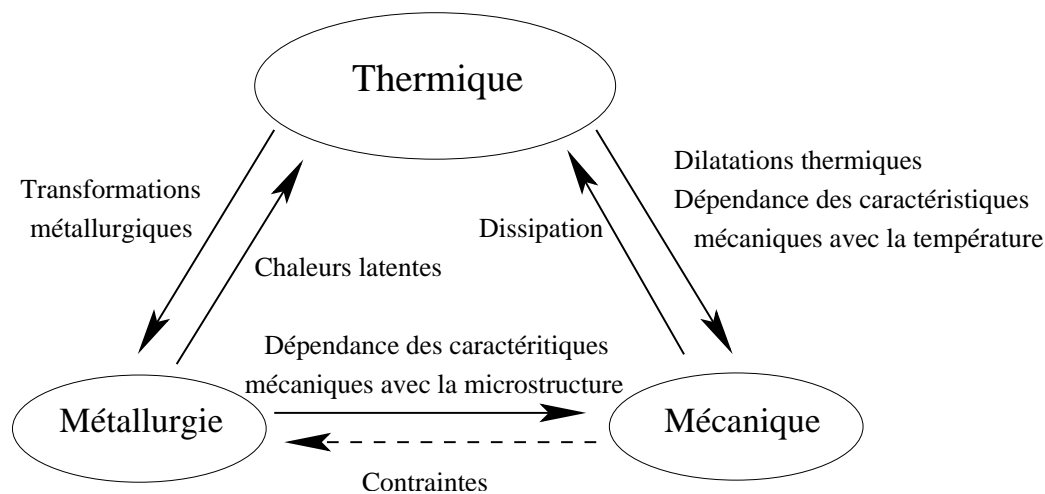


FIG. 1.12 : *Couplages entre les aspects thermique, métallurgique et mécanique lors d'un procédé de soudage.*

Lors d'une simulation numérique d'un procédé de soudage, le champ de température est généralement évalué avant les autres grandeurs physiques. Pour cela, il est nécessaire de connaître le comportement thermique du matériau et de quantifier l'apport de chaleur. Afin de déterminer correctement l'apport de chaleur, on a souvent recours à des confrontations entre le calcul et des essais de thermographie.

Vient ensuite la détermination des évolutions microstructurales induites par ce champ thermique. Ces évolutions sont obtenues à partir de la microstructure initiale de la pièce et des cinétiques de transformation. Les transformations métallurgiques influent sur le champ de température par le biais des chaleurs latentes de changement d'état. Des données expérimentales sur l'état de la microstructure peuvent aussi être utilisées pour recalibrer le modèle thermique.

L'état mécanique est ensuite déterminé à partir de la loi de comportement et des chargements appliqués à la structure (bridage, chargement thermique, chargement mécanique). Il dépend très fortement des états thermique et métallurgique précédemment calculés ; les caractéristiques mécaniques telles que le module de Young et la limite d'élasticité varient d'un état thermo-métallurgique à un autre. Enfin, l'état mécanique peut influencer non seulement sur la répartition du champ de température par la prise en compte des dissipations dues aux déformations irréversibles, mais aussi, sur la microstructure, du fait de la dépendance des cinétiques de transformation à l'état de contraintes.

Une fois le calcul effectué, une validation du modèle couplé global est réalisée ; pour cela, des confrontations entre calcul et essais portant généralement sur les contraintes résiduelles et les distorsions géométriques sont effectuées.

1.4.2.2 Les modèles thermiques

Dans cette section, les principales caractéristiques des modèles thermiques adoptés pour la simulation du friction stir welding sont détaillées.

En introduction, on peut citer les premiers travaux de [Russell et Shercliff, 1999] basés sur la solution de Rosenthal [Rosenthal, 1946] pour une source de chaleur en translation, se propageant dans une plaque mince. Dans [Rosenthal, 1946], est donnée l'expression analytique du champ de température stationnaire dans le cas d'une source de chaleur ponctuelle se déplaçant à vitesse

rectiligne constante sur la surface d'un solide semi-infini ou mince. Ce modèle, quoique très simpliste, a l'avantage de proposer une solution analytique.

L'ensemble des travaux issus de la littérature est basé sur l'équation de conservation de l'énergie (1.3). T représente le champ de température à déterminer, ρ la masse volumique exprimée en $kg.m^{-3}$, c_p la capacité calorifique exprimée en $J.kg^{-1}.K^{-1}$, λ la conductibilité thermique exprimée en $W.m^{-1}.K^{-1}$. Ces trois caractéristiques peuvent être fonction de la température. r_{vol} représente des éventuelles sources volumiques de chaleur et \mathbf{v} le champ de vitesse matériel.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \text{div}(\lambda \nabla T) + r_{vol} \quad (1.3)$$

Le terme convectif $\mathbf{v} \cdot \nabla T$ peut ne pas être pris en compte lors de la modélisation si le champ de vitesse matériel n'est pas connu (un couplage avec un modèle mécanique est nécessaire dans le cas contraire). La construction et la pertinence d'un modèle thermique reposent principalement sur la nature de ses conditions aux limites. C'est pourquoi, les deux parties de cette section sont consacrées à la description de ces conditions aux limites. Ainsi, dans la première partie, les conditions aux limites entre l'outil et la matière sont examinées : il s'agit de la quantification de l'apport de chaleur dans les plaques. Dans la seconde partie, les échanges énergétiques avec le milieu extérieur sont présentés.

1.4.2.2.1 Les sources de chaleur

La première source de chaleur considérée dans la littérature concerne le flux surfacique de chaleur au niveau de la zone de contact entre l'outil et la matière. Cette chaleur provient du frottement entre l'outil et les plaques. La condition aux limites correspondante sera donc du type "flux imposé" :

$$-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = \Phi^d \text{ sur } \partial\Omega_c$$

où Φ^d est le flux de chaleur surfacique imposé et \mathbf{n} est la normale extérieure à la matière sur la surface de contact $\partial\Omega_c$ entre l'outil et la matière. Dans la suite, on donne deux grandes approches permettant d'obtenir l'expression de Φ^d .

Écriture du flux surfacique à partir de la puissance totale fournie à l'outil

Certains travaux comme ceux de [Khandkar *et al.*, 2003; Schmidt *et al.*, 2004] relie le flux Φ^d à la puissance totale fournie à l'outil P_f par l'équation suivante :

$$P_f = \int_{\partial\Omega_c} \Phi^d dS \quad (1.4)$$

Le flux Φ^d est supposé ne dépendre que de la distance à l'axe de l'outil notée r . De plus, on considère que ce flux est linéaire avec r , le coefficient de proportionnalité étant supposé constant sur toute la surface de contact entre l'outil et la matière. Cette hypothèse classique revient à considérer que plus la vitesse d'un point de $\partial\Omega_c$ est grande, plus la quantité de chaleur générée est grande. Le flux s'écrit donc :

$$\Phi^d(r) = \beta r \quad (1.5)$$

Pour trouver l'expression de β , il est nécessaire de connaître $\partial\Omega_c$ en vue d'effectuer l'intégration (1.4). La figure 1.13 présente les différentes géométries d'outil rencontrées dans la bibliographie :

- sur la figure 1.13(a), la surface de contact est un disque de rayon r_e , rayon de l'épaulement ;

- sur la figure 1.13(b), la surface de contact est composée de trois surfaces élémentaires : la couronne circulaire plane définie par le rayon r_e et par le rayon du pion r_i (zone de contact entre la matière et l'épaulement), la surface latérale d'un cylindre de rayon r_i et de hauteur h (zone de contact entre la surface latérale du pion et la matière), le disque de rayon r_i (zone de contact entre la surface inférieure du pion et la matière) ;
- sur la figure 1.13(c), la surface de contact est identique à la figure précédente sauf que la couronne est remplacée par une portion d'un cône de révolution.

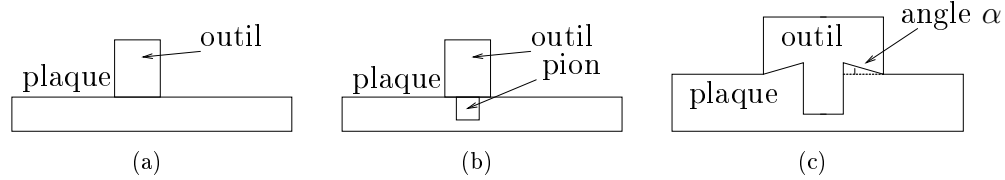


FIG. 1.13 : Choix de la zone de contact entre l'outil et la matière.

Dans le cas de la figure 1.13(a), le flux Φ^d s'écrit :

$$\Phi^d(r) = \frac{3P_f}{2\pi r_e^3} r$$

Dans le cas de la figure 1.13(b), le flux Φ^d s'écrit :

$$\Phi^d(r) = \frac{P_f}{\frac{2}{3}\pi r_e^3 + 2\pi r_d^2 h} r$$

Dans le cas de la figure 1.13(c) où l'on tient compte du renforcement de l'épaulement par le biais de l'angle α , l'expression suivante est une correction de celle donnée dans [Schmidt *et al.*, 2004; Schmidt et Hattel, 2004b]. La démonstration de cette expression est effectuée en annexe B :

$$\Phi^d(r) = \frac{P_f}{\frac{2}{3}\pi \left(\frac{r_e^3 - r_d^3}{\cos \alpha} + r_d^3 \right) + 2\pi r_d^2 h} r$$

Pour connaître complètement Φ^d , il reste à déterminer la valeur de P_f . Généralement, cette valeur est recalée à partir de données expérimentales obtenues par thermocouples. Plusieurs auteurs donnent une valeur numérique de P_f : 1313W selon [Schmidt et Hattel, 2004b], 1400W selon [Chao et Qi, 1999] et 3000W selon [Khandkar *et al.*, 2003]. Précisons que cette valeur est fonction de la configuration de soudage et des autres caractéristiques du modèle thermique.

Écriture du flux surfacique à partir de la chaleur dissipée par le frottement

Écrire le flux surfacique à partir de la chaleur dissipée par le frottement équivaut à exprimer Φ^d comme le produit scalaire entre l'effort surfacique et la vitesse linéaire en chacun des points de la surface de contact entre l'outil et la matière. Dans la littérature, il existe trois méthodes différentes d'écriture du flux surfacique Φ^d à partir de la chaleur dissipée par le frottement.

La première méthode est équivalente à la méthode précédente et permet de retrouver les mêmes résultats. Pour cela, on suppose que le cisaillement τ_c colinéaire à la vitesse linéaire ωr est constant sur toute la surface de contact. Φ^d s'écrit alors :

$$\Phi^d = \omega r \cdot \tau_c$$

En intégrant ce flux sur la surface de contact, on peut alors relier τ_c à la puissance totale P_f introduite précédemment. Cette intégration est évidemment identique à celles effectuées ci-dessus.

La seconde méthode développée dans [Chen et Kovacevic, 2003; Chao et Qi, 1998; Song et Kovacevic, 2002] consiste à se placer à la limite de l'adhérence ; cette méthode se situe dans le cadre de la figure 1.13(a). Ceci donne accès à la chaleur dissipée par frottement sur un élément de surface :

$$\Phi^d = f p \cdot \omega r$$

où f est le coefficient de frottement (généralement égal à 0.3), p la pression appliquée par l'outil sur la matière, ω la vitesse de rotation de l'outil et r la distance à l'axe. En outre, il est possible de relier la pression p à la force globale verticale exercée par l'outil sur les plaques. Par exemple, l'effort global obtenu par [Khandkar *et al.*, 2003; Song et Kovacevic, 2002] vaut respectivement $22kN$ et $25kN$. Cette valeur est fonction de la configuration de soudage.

La troisième méthode consiste à écrire le flux Φ_d sans faire d'hypothèse a priori sur la nature du contact. Pour cela, comme précédemment, la source de chaleur surfacique est exprimée comme la chaleur libérée lors du frottement par le produit scalaire entre la vitesse de glissement $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_{mat} - \mathbf{v}_{outil}$ et le vecteur cisaillement $\boldsymbol{\tau}$:

$$\Phi^d = \mathbf{v}_g \cdot \boldsymbol{\tau}$$

Pour utiliser une telle expression, il est nécessaire d'effectuer un couplage avec un modèle mécanique afin d'avoir accès au champ de vitesse et à l'état de contraintes au niveau de la zone de contact ($\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}$). Cependant, la chaleur libérée par le frottement se propage à la fois dans la matière et dans l'outil. Ainsi, si le modèle ne considère pas l'outil, un coefficient de partage doit être introduit afin de quantifier la chaleur se propageant seulement dans la matière. Pour cela, [Fourment *et al.*, 2004] introduit l'effusivité, $e = \sqrt{\rho c_p \lambda}$, et la condition aux limites devient :

$$\Phi^d = \frac{e_{plaque}}{e_{plaque} + e_{outil}} \mathbf{v}_g \cdot \boldsymbol{\tau}$$

L'expression de ce coefficient de partage $\left(\frac{e_{plaque}}{e_{plaque} + e_{outil}} \right)$ est valable dans le cadre de l'étude d'un problème thermique 1D pour deux corps semi-infinis dont les propriétés thermiques sont constantes. Il est évident que le cas du friction stir welding ne satisfait pas ces hypothèses, cependant cette expression peut donner une valeur du coefficient de partage pour une première approche. La valeur de ce coefficient s'obtient à partir des expressions de la masse volumique, de la capacité calorifique et de la conductivité en fonction de la température, pour les matériaux composant les plaques et l'outil. On montre que ce coefficient peut être considéré constant avec la température et égal à 0.7 dans le cas de plaques en aluminium et d'un outil en acier type M2 [Chao *et al.*, 2003].

Prise en compte de la chaleur dissipée par les déformations irréversibles

Enfin, pour certains auteurs [Fourment *et al.*, 2004], cette source surfacique n'est pas la seule source de chaleur dans le modèle thermique. En effet, la chaleur dissipée par les déformations irréversibles peut jouer un rôle non-négligeable. L'expression du taux volumique de cette source de chaleur est $r_{vol} = \boldsymbol{\eta} \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{irr}$ où η vaut généralement 0.9. La connaissance de cette source de chaleur volumique nécessite aussi de coupler le modèle thermique à un modèle mécanique.

1.4.2.2.2 Interactions avec le milieu extérieur

Pour les conditions aux limites modélisant les interactions entre la matière et le milieu extérieur, il est d'usage de distinguer deux types de surface :

- les surfaces en contact avec l'air ambiant ;
- la surface inférieure des plaques en contact direct avec le bâti sur lequel reposent les plaques.

Pour ces deux surfaces, des conditions de type convection naturelle modélisée par un coefficient d'échange sont généralement adoptées :

$$-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T - T_{ext})$$

Comme les plaques reposent sur un bâti, la valeur de h ne peut pas être identique pour les deux types de surface, étant donné que les échanges thermiques sont beaucoup plus importants pour la surface inférieure des plaques. Pour les surfaces en contact avec l'air ambiant, le coefficient d'échange, constant avec la température, varie de $10W.m^{-2}.K^{-1}$ à $30W.m^{-2}.K^{-1}$ suivant les auteurs et la valeur de T_{ext} vaut $20^{\circ}C$. Pour les surfaces reposant sur le bâti, le coefficient d'échange (toujours constant avec la température) varie de $200W.m^{-2}.K^{-1}$ dans [Fourment *et al.*, 2004] à $1000W.m^{-2}.K^{-1}$ dans [Schmidt et Hattel, 2004a]. Dans [Khandkar *et al.*, 2003], ce coefficient sert à recalibrer le modèle (la valeur de $1000W.m^{-2}.K^{-1}$ correspond à la valeur optimale propre au modèle développé dans [Khandkar *et al.*, 2003]). Enfin, la valeur de T_{ext} est relativement élevée, généralement $100^{\circ}C$.

Il est aussi possible d'inclure dans ces conditions aux limites des échanges thermiques par rayonnement :

$$-\lambda \nabla T \cdot \mathbf{n} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_{ext}^4)$$

où σ est la constante de Stefan ($\sigma = 5.67.10^8 W.K^{-4}.m^{-2}$) et ε l'émissivité de la plaque d'aluminium. Ce type de condition aux limites est utilisé par [Fourment *et al.*, 2004].

1.4.2.3 Les modèles métallurgiques

Ne traitant dans ce travail que les alliages d'aluminium à durcissement structural, on se limite à une étude bibliographique des modèles métallurgiques portant seulement sur ces alliages. Comme vu dans la section 1.2.2.2, la description des précipités détermine complètement l'état de ces alliages. Dans la section 1.3.2.1, les évolutions métallurgiques intervenant lors du soudage par friction et malaxage d'un alliage d'aluminium à durcissement structural ont été décrites pour un état initial de maturation optimale :

- Pendant la phase de soudage, les précipités durcissants grossissent et peuvent coalescer dans la zone affectée thermiquement. Dans la zone affectée thermomécaniquement ces deux phénomènes ont lieu et sont aussi en compétition avec le phénomène de dissolution, étant donné les températures élevées. Enfin, la dissolution est totale au niveau du noyau soudé. Le grossissement des précipités ainsi que leur dissolution entraînent une chute de la dureté (cf. figure 1.1).
- Après l'opération de soudage, une phase de maturation a lieu. Elle se traduit par la formation de zones de Guinier-Preston au sein du noyau soudé et de la zone affectée thermomécaniquement. Ceci confère au noyau soudé une plus grande résistance mécanique.

Ainsi, les principaux phénomènes métallurgiques mis en jeu sont les suivants : grossissement des précipités, dissolution des précipités, phase de reprécipitation. Dans la littérature, il existe deux modèles principalement utilisés pour estimer les évolutions métallurgiques d'un alliage d'aluminium à durcissement structural lors du soudage par friction et malaxage. Le premier modèle consiste en un modèle de dissolution des précipités alors que le deuxième modèle est une

approche plus générale et permet d'évaluer la densité et la taille des précipités en considérant un couplage entre les mécanismes de germination, croissance et coalescence des précipités.

Tous les modèles métallurgiques présents dans la littérature déterminent d'abord le champ de température par un calcul analogue à ceux présentés dans la section précédente. De plus, un point commun dans la modélisation des évolutions métallurgiques est qu'aucun modèle ne tient compte de l'influence des variables mécaniques sur le modèle métallurgique.

1.4.2.3.1 Un modèle de dissolution

Plusieurs études [Feng *et al.*, 2004; Shercliff *et al.*, 2005; Russell et Shercliff, 1999; Robson *et al.*, 2004] utilisent le modèle de dissolution présenté dans [Myhr et Grong, 1991; Grong, 1997] et applicable aux alliages d'aluminium à l'état de maturation T6. L'objectif principal de ces modèles est d'utiliser des cinétiques de transformation pour déterminer les fractions de précipités dissous X_d lors du soudage et de soluté reprécipité X_p après le soudage.

Détermination de la fraction de précipités dissous X_d

Le phénomène de dissolution correspond à une instabilité des précipités lorsqu'ils sont amenés à hautes températures. Le modèle développé est fondé sur le mécanisme de diffusion des éléments du soluté dans la matrice. Il est basé sur les résultats expérimentaux représentés sur la figure 1.14. Sur cette figure, X_d représente la fraction de précipités dissous, t le temps du traitement isotherme et t^* un temps caractéristique défini plus loin.

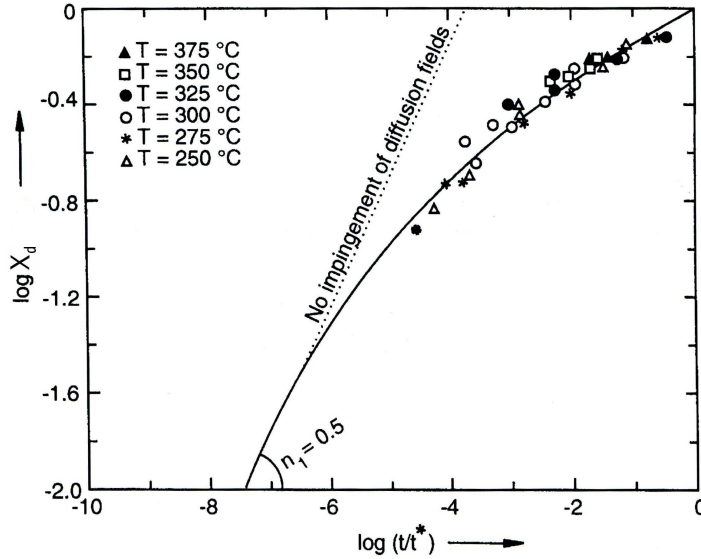


FIG. 1.14 : Dissolution des précipités $\beta''(Mg_2Si)$ dans un alliage d'aluminium 6082-T6 lors d'essais isothermes. Graphe issu de [Myhr et Grong, 1991].

D'après ces résultats, [Myhr et Grong, 1991] ont proposé le modèle suivant permettant d'obtenir l'évolution de la fraction de précipités dissous lors d'un traitement isotherme :

$$X_d = \left(\frac{t}{t^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{où} \quad t^* = t_r^* \exp \left[\frac{Q_{eff}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \right] \quad (1.6)$$

La figure 1.14 montre que l'exposant $\frac{1}{2}$ est valable seulement au début de la dissolution et

qu'il diminue par la suite sous l'effet d'une diffusion des éléments du précipité moins rapide. Cette diminution de la vitesse de dissolution s'explique par une augmentation de la concentration du soluté dans la solution solide freinant ainsi la dissolution des précipités restants. Cependant, cet exposant est pris constant dans ce modèle.

Dans le cas anisotherme, l'expression (1.6) est modifiée en divisant le cycle thermique anisotherme en une succession de traitements infinitésimaux isothermes. Ainsi, le terme $\frac{t}{t^*}$ dans l'équation (1.6) est remplacé par $\frac{dt}{t^*}$ et une intégration sur le cycle global est réalisée :

$$X_d = \left(\int_0^t \frac{dt}{t^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

Détermination de la fraction de soluté reprécipité X_p

La phase de vieillissement naturel qui suit cette dissolution est fonction de la quantité de soluté dissous. C'est pourquoi, les deux étapes de dissolution et de reprécipitation sont couplées. En notant X_p la fraction de soluté reprécipité et en tenant compte de la phase de dissolution précédente, l'évolution du vieillissement naturel est régie par (cf. [Myhr et Grong, 1991]) :

$$1 - X_p = \Phi \left((1 - X_c)^{I_2} - (1 - X_d) \right)^2 \quad \text{où } I_2 = \int_0^t \frac{dt}{t_2} \quad (1.8)$$

Dans cette équation, t_2 représente la durée pour obtenir une fraction X_c de précipités non-cohérents et Φ est une constante fonction de l'alliage.

Influence de X_d et X_p sur le durcissement

Une fois X_d et X_p déterminées, les auteurs relient le durcissement de l'alliage à ces quantités par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_y = \sigma_y^{min} + (\sigma_y^{max} - \sigma_y^{min})(1 - X_p) & \text{si } X_p > X_d \\ \sigma_y = \sigma_y^{min} + (\sigma_y^{max} - \sigma_y^{min})(1 - X_d) & \text{si } X_p < X_d \end{cases} \quad (1.9)$$

où σ_y^{max} correspond à la limite d'élasticité maximale, c'est-à-dire, obtenue pour un état de maturation optimal T6 et σ_y^{min} correspond à la limite d'élasticité où l'ensemble des précipités sont passés en solution solide. Ces expressions sont obtenues en supposant que la contribution au durcissement est linéaire avec la fraction de précipités dissous ou formés [Myhr et Grong, 1991]. La figure 1.15 résume schématiquement la complémentarité de ces deux modèles.

Quelques remarques sur le modèle de [Myhr et Grong, 1991]

À l'usage, on remarque que seule la première partie de ce modèle est utilisée, c'est-à-dire que la phase de vieillissement n'est pas prise en compte ou est modélisée de façon plus grossière. Par exemple, [Robson *et al.*, 2004] utilise le modèle de dissolution décrit mais, pour la phase de vieillissement, les auteurs se basent sur des constatations expérimentales. Ils supposent que le vieillissement n'a pas d'effet sur le durcissement pour les points matériels dont la température maximale n'a pas excédé 300°C durant le procédé. Lorsqu'elle excède 300°C , le durcissement augmente de façon à obtenir un gain maximal de 70HV pour les zones où la température maximale a atteint 480°C .

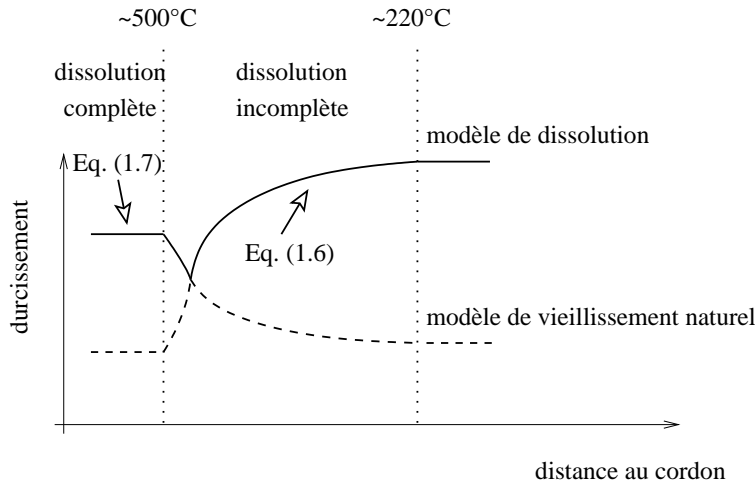


FIG. 1.15 : Représentation schématique des modèles de dissolution et de vieillissement naturel selon [Myhr et Grong, 1991; Grong, 1997] pour un alliage d'aluminium de la série 6xxx.

De plus, un autre frein à l'utilisation du modèle de vieillissement naturel précédent s'explique par la difficulté à obtenir des valeurs numériques issues de l'expérience des paramètres intervenant dans la loi.

À l'origine, le modèle de [Myhr et Grong, 1991] a été élaboré avec succès pour l'alliage 6082-T6 puis cette cinétique de dissolution a été élargie à l'ensemble des alliages d'aluminium à durcissement structural. Ainsi, [Robson *et al.*, 2004] utilise ce modèle pour l'alliage 7449-T7, [Feng *et al.*, 2004] pour un 6061-T6 et [Russell et Shercliff, 1999; Shercliff *et al.*, 2005] pour un 2014-T6.

Ce modèle fournit de bons résultats concernant les variations de durcissement ayant lieu lors d'une opération de soudage. Cependant, il est clair qu'il ne prend pas en compte le grossissement des grains dans les zones affectées thermiquement et thermomécaniquement. C'est pourquoi, on trouve dans la littérature des études basées sur le modèle plus élaboré présenté dans la partie suivante.

1.4.2.3.2 Couplage entre germination, croissance et coalescence des précipités

Le modèle utilisé par [Gallais *et al.*, 2004; Robson *et al.*, 2004] est basé sur les travaux de [Wagner et Kampmann, 1991] repris par [Myhr et Grong, 2000]. Il traite les mécanismes de germination, croissance et coalescence comme des mécanismes couplés. Les trois principales composantes du modèle sont les suivantes :

1. Un **modèle de germination** est mis en place permettant d'évaluer la quantité de précipités stables formés à chaque instant. La germination est considérée comme un mécanisme thermiquement activé et se traduit par l'apparition d'une nouvelle phase au sein de l'alliage de façon à minimiser l'énergie libre du système. Le taux de germination (en $m^{-3}.s^{-1}$) s'exprime de la façon suivante :

$$j = j_0 \exp\left(\frac{-\Delta G_{het}^*}{RT}\right) \exp\left(\frac{-Q_d}{RT}\right)$$

où j_0 est une constante exprimée en $m^{-3}.s^{-1}$, ΔG_{het}^* est l'énergie d'activation du mécanisme de germination et Q_d est l'énergie d'activation de la diffusion.

2. Une **cinétique de croissance** doit ensuite être élaborée pour décrire l'évolution de la taille des précipités formés au sein de la solution solide. Il est classiquement admis que le mécanisme de croissance et décroissance (ie, dissolution) des grains est contrôlé par le phénomène de diffusion des atomes de soluté présent dans la solution solide. La cinétique de croissance fournit donc la vitesse ν de dissolution ou de croissance des précipités :

$$\nu = \frac{dr}{dt} = \frac{C_m - C_i}{C_p - C_i} \frac{D}{r}$$

Dans cette loi, les précipités sont supposés sphériques et de rayon r . Les quantités C_m , C_i et C_p sont respectivement la concentration moyenne en soluté dans la solution solide, la concentration en soluté à l'interface du précipité et la concentration en soluté du précipité (cf. figure 1.16). D est le coefficient de diffusion des atomes de soluté dans la matrice.

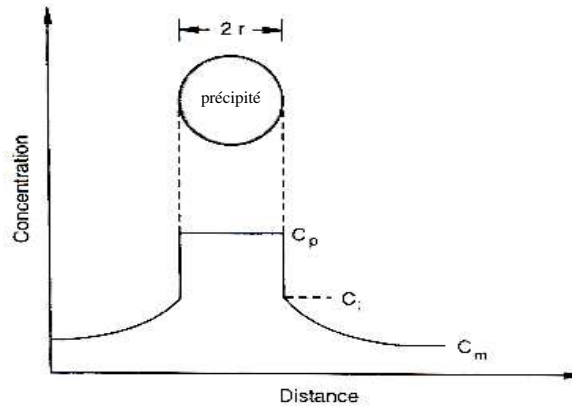


FIG. 1.16 : Variations de la concentration en soluté autour d'un précipité lors de la phase de croissance.

3. Enfin, la dernière composante du modèle couplé correspond à une condition de **conservation de matière**. Pour cela, la famille de précipités est décomposée en plusieurs classes en fonction de la taille des précipités. Chaque classe est donc identifiée par le rayon moyen r des précipités de cette classe et par la densité N de ces précipités. La conservation de matière pour chaque classe de précipités s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{\partial(N\nu)}{\partial r} + j$$

j apparaît comme un terme source dans cette équation.

Le problème global est résolu par une méthode basée sur la définition de volumes de contrôle introduite par [Patankar, 1980]. La résolution est détaillée dans [Myhr et Grong, 2000]. Elle fournit la densité N de précipités pour chacune des classes.

L'intérêt de ce modèle apparaît clairement dans sa capacité à pouvoir tenir compte de la phase de vieillissement naturel pendant le refroidissement des plaques après le passage de l'outil. Cependant, ce modèle nécessite la connaissance d'un grand nombre de paramètres propres à l'alliage étudié afin de déterminer complètement les équations présentées.

1.4.2.4 Les modèles mécaniques

Dans cette section, les modèles mécaniques issus de la littérature pour la simulation du friction stir welding sont décrits. Le problème mécanique à résoudre est résumé par les équations (1.10),

où σ représente le tenseur des contraintes de Cauchy, f les forces volumiques, v le champ de vitesse.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{équation d'équilibre : } \operatorname{div} \sigma + f = \rho \frac{dv}{dt} \text{ sur } \Omega \\ \text{conditions aux limites : } \left\{ \begin{array}{l} \text{déplacements imposés sur } \partial\Omega_u \\ \text{efforts imposés sur } \partial\Omega_T \\ \text{contact sur } \partial\Omega_c \end{array} \right. \\ \text{loi de comportement : } \sigma = g(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dots) \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Dans la littérature, on distingue deux grands types d'approche :

- D'un côté, certains modèles utilisent une approche eulérienne (voire euléro-lagrangienne) couplée généralement avec un modèle de comportement purement visqueux pour déterminer l'écoulement de matière autour de l'outil lors du soudage. Cette première approche sera détaillée dans la première partie.
- De l'autre côté, il existe des travaux utilisant une approche lagrangienne couplée généralement avec un comportement élastoplastique en vue d'évaluer l'état résiduel de l'assemblage soudé. Cette seconde approche est examinée dans la seconde partie.

1.4.2.4.1 Approche eulérienne ou euléro-lagrangienne pour la détermination de l'écoulement de matière

Dans cette section, nous décrivons les travaux de modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage basés sur une approche eulérienne ou euléro-lagrangienne. Outre le champ de température, l'objectif de ces travaux est la détermination de l'écoulement de matière autour de l'outil.

Nous décrivons, tout d'abord, les lois de comportement adoptées, puis, les conditions aux limites à l'interface outil-matière.

La loi de comportement

Le premier groupe de travaux étudiés [Seidel et Reynolds, 2003; Ulysse, 2002; Colegrove et Shercliff, 2004b; Fourment *et al.*, 2004] a pour principale caractéristique l'adoption d'un comportement purement visqueux (parfois appelé viscoplastique) pour décrire le matériau. Le cadre théorique de ces lois de comportement est d'abord étudié [Besson *et al.*, 2001; Chenot et Bellet, 1992] puis, les différentes lois de comportement employées sont présentées. Ces travaux utilisent une approche eulérienne ; le travail effectué revient alors à une simulation d'écoulement de fluide. Les champs de vitesse et de pression sont les inconnues principales du problème.

Ce type de comportement visqueux est très utilisé pour la description des procédés de mise en forme des métaux à chaud car la matière devient pâteuse sans être liquide ; il s'agit d'un fluide à grande viscosité. Ramener la simulation du friction stir welding à un calcul d'écoulement de fluide permet de traiter correctement les zones à grandes déformations au niveau de l'outil car la matière s'y trouve sous forme pâteuse. Dans les zones plus éloignées, le métal reste sous sa forme solide, mais on peut imaginer qu'il s'agit du même fluide dont la viscosité est très élevée voire infinie. Ce point de vue permet de ne considérer qu'une seule loi de comportement pour décrire les plaques. Le comportement d'un tel fluide purement visqueux est décrit par les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{d}} & \text{où } \mathbf{d} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{v} + {}^t\nabla\mathbf{v}) \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

L'équation (1.11) fait apparaître le potentiel visqueux $\phi(\mathbf{d})$ convexe et positif ou nul à l'origine [Besson *et al.*, 2001]. L'équation (1.12) traduit l'incompressibilité du fluide. La pression, notée p dans l'équation (1.11), correspond au multiplicateur de Lagrange associé à cette liaison interne.

Dans le cadre de matériaux isotropes, le potentiel $\phi(\mathbf{d})$ ne s'exprime qu'en fonction des invariants de \mathbf{d} . Dans la suite, nous allons supposer que le second invariant $\bar{d} = \sqrt{\frac{2}{3}\mathbf{d}:\mathbf{d}}$ est le seul argument de ϕ . Dans ce cas,

$$\frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{d}} = \frac{2}{3\bar{d}} \frac{\partial\phi}{\partial\bar{d}} \mathbf{d} \quad (1.13)$$

L'équation (1.11) se réécrit alors sous la forme

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + 2\mu(\bar{d})\mathbf{d} \quad \text{où } \mu(\bar{d}) = \frac{1}{3\bar{d}} \frac{\partial\phi}{\partial\bar{d}} \quad (1.14)$$

$\mu(\bar{d})$ est la viscosité dynamique du fluide, exprimée en *Pa.s*. On définit aussi généralement la viscosité cinématique, ν qui s'exprime en $m^2.s^{-1}$: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$. Enfin, on remarque que la contrainte équivalente de von Mises est donnée par :

$$\sigma_{eq} = \frac{\partial\phi}{\partial\bar{d}} \quad \text{où } \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{s}:\mathbf{s}} \quad (1.15)$$

Précisons qu'en cas de couplage avec un modèle thermique, la dépendance de la viscosité avec la température est prise en compte. Examinons maintenant les différentes lois de comportement bâties à partir de ce cadre :

– **Le fluide newtonien incompressible**

Un tel fluide est caractérisé par une linéarité des contraintes avec les termes $\nabla\mathbf{v}$ et p . Cette définition est équivalente au comportement suivant :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + 2\mu(T)\mathbf{d} \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{cases}$$

On remarque que la viscosité peut cependant être une fonction de la température, dans le cas d'un couplage avec un modèle thermique.

– **Les fluides non-newtoniens incompressibles**

Il s'agit de fluide dont la viscosité ne dépend pas seulement de la température. En ce qui nous concerne, on ne traitera que les cas où la viscosité est fonction de la température et de \bar{d} .

1. Le fluide de type Norton-Hoff se caractérise par le potentiel suivant :

$$\phi(\bar{d}, T) = \frac{K(T)}{n+1} \left(\sqrt{3} \bar{d} \right)^{n+1} \quad \text{où } K(T) = K_0 \exp\left(\frac{\alpha}{T}\right)$$

où K et n sont des paramètres du matériau. L'expression de la viscosité est alors donnée par :

$$\mu(\bar{d}, T) = K(T)(\sqrt{3} \bar{d})^{n-1}$$

Ce comportement est utilisé par [Fourment *et al.*, 2004] où une approche euléro-lagrangienne est, par ailleurs, adoptée. On remarque que le potentiel visqueux d'un fluide newtonien correspond au potentiel d'un fluide de Norton-Hoff pour $n = 1$.

2. D'autres auteurs [Seidel et Reynolds, 2003; Ulysse, 2002] utilisent le comportement de Sellars-Tegart décrit dans [Sheppard et Wright, 1979; Sheppard et Jackson, 1997]. Cette loi de comportement est issue de travaux sur le fluage qui ont été transposés à des procédés de déformation de métaux à chaud. Il s'agit en fait d'une combinaison de deux lois de comportement : d'une part, la loi de Norton-Hoff (en pointillés sur la figure 1.17) considérée pour des faibles niveaux de contraintes ($\bar{d} = A_1 \sigma_{eq}^n$), et, d'autre part, l'expression $\bar{d} = A_2 \exp(n \alpha \sigma_{eq})$ pour des niveaux de contraintes plus élevées (représentée par des points sur la figure 1.17). En combinant ces deux équations, on trouve une forme plus générale (ligne continue sur la figure 1.17) :

$$\bar{d} = A (\sinh(\alpha \sigma_{eq}))^n \quad (1.16)$$

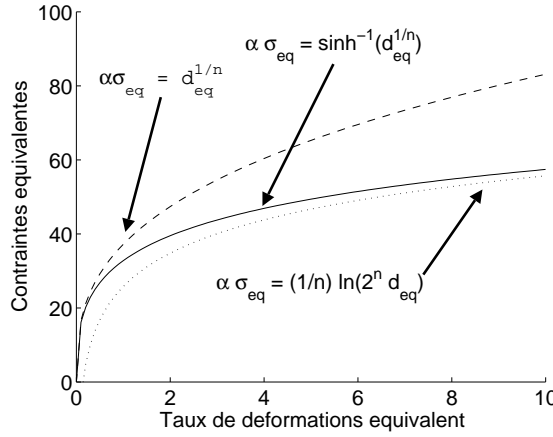


FIG. 1.17 : Représentation des tendances de différents comportements : la loi de Norton-Hoff est représentée en pointillés, celle pour des fortes contraintes est représentée par des points et la ligne continue représente la loi de Sellars-Tegart. Ici, d_{eq} représente exceptionnellement le taux de déformation équivalent. Les valeurs numériques sur les axes sont purement arbitraires.

Il est possible d'introduire l'influence de la température dans ce comportement par le biais du paramètre de Zener-Hollomon, $Z(T, \bar{d}) = \bar{d} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right)$ où Q représente une énergie d'activation. La relation (1.16) est transformée en remplaçant \bar{d} par $\bar{d}Z(T, \bar{d})$:

$$\bar{d} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) = A (\sinh(\alpha \sigma_{eq}))^n$$

Ensuite, à partir de l'égalité $\sinh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$, des équations (1.14) et (1.15), on obtient les expressions suivantes pour la viscosité de Sellars-Tegart :

$$\mu(T, \bar{d}) = \frac{1}{3\alpha \bar{d}} \sinh^{-1} \left[\left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right] = \frac{1}{3\alpha \bar{d}} \ln \left[\left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \left(\frac{Z(T, \bar{d})}{A} \right)^{\frac{2}{n}}} \right] \quad (1.17)$$

Toujours à partir d'une approche eulérienne ou euléro-lagrangienne, d'autres auteurs [Askari *et al.*, 2001; Schmidt et Hattel, 2005] ont adopté un comportement différent du fluide visqueux décrit ci-dessus. Le matériau a été modélisé par un solide élasto-(visco-)plastique à écrouissage isotrope. Ceci a l'avantage de conserver une part de déformations élastiques au sein des déformations totales pour décrire le comportement des zones éloignées de l'outil. Les déformations sont décomposées de façon additive. Le critère de plasticité adopté par [Schmidt et Hattel, 2005; Askari *et al.*, 2001] est celui de von Mises et l'écrouissage isotrope est donné par la loi de Johnson-Cook [Johnson et Cook, 1983] suivante :

$$\begin{cases} f(\boldsymbol{\sigma}, \sigma_y) = \sigma_{eq} - \sigma_y(\boldsymbol{\epsilon}^p, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p, T) \\ \sigma_y(\boldsymbol{\epsilon}^p, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p, T) = (A + B(\epsilon_{eq}^p)^n) \left(1 + C \ln \frac{\bar{d}}{\bar{d}_0}\right) \left(1 - \left(\frac{T - T_{ref}}{T_{fus} - T_{ref}}\right)^m\right) \end{cases} \text{ où } \epsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \boldsymbol{\epsilon}^p : \boldsymbol{\epsilon}^p}$$

Dans la loi d'écrouissage, \bar{d}_0 représente la vitesse de déformation de référence, couramment égale à $1s^{-1}$. T_{fus} représente la température de fusion du matériau et T_{ref} une température de référence prise égale à la température initiale de l'échantillon. A , B , C , n et m sont les caractéristiques du matériau pour cette loi. A représente la limite d'élasticité initiale, n et B traduisent la sensibilité de l'écrouissage à la déformation plastique, C détermine la sensibilité à la vitesse de déformation et m la sensibilité à l'élévation de température. On remarque que le troisième facteur est nul lorsque la température est égale à la température de fusion. La limite élastique est donc nulle une fois le point de fusion atteint.

Le modèle de Johnson-Cook est classiquement utilisé pour les problèmes de plasticité traités en dynamique tels que les chocs, les impacts et l'ensemble des phénomènes à grandes vitesses de déformation. Les différents paramètres du modèle peuvent être déterminés par plusieurs tests, chacun étant effectué à différentes températures [Johnson et Cook, 1983] :

- tests de torsion effectués à différentes vitesses de déformation ;
- tests de traction statique ;
- tests aux barres de Hopkinson.

De plus, les travaux de [Schmidt et Hattel, 2005] sont basés sur une description cinématique de type euléro-lagrangienne afin de ne pas faire apparaître de distorsions d'éléments importantes au sein du maillage.

Les conditions aux limites

Les conditions aux limites les plus importantes pour la simulation du friction stir welding concernent la modélisation du contact entre l'outil et la matière.

Pour les travaux basés sur un comportement visqueux, on distingue deux catégories de conditions aux limites au niveau du contact entre l'outil et la matière :

- **Conditions de type vitesse imposée.** Elles consistent à imposer une vitesse tangentielle égale à la vitesse de rotation de l'outil (cas de l'adhérence [Seidel et Reynolds, 2003]) ou une vitesse tangentielle inférieure à la vitesse de rotation de l'outil (cas du glissement [Ulysse, 2002]).
- **Conditions de type efforts imposés** [Colegrove et Shercliff, 2004a; Fourment *et al.*, 2004]. Elles consistent à imposer un cisaillement de direction opposée à la vitesse de glissement ; il s'agit généralement d'une loi de frottement de Norton. En notant $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$, le vecteur cisaillement et $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_{mat} - \mathbf{v}_{outil}$, la vitesse de glissement, cette loi se met sous la forme : $\boldsymbol{\tau} = -K|\mathbf{v}_g|^p \mathbf{v}_g$ où p et K sont les deux paramètres de cette loi.

Enfin, la force verticale appliquée sur l'outil et les filets sur la surface latérale du pion peuvent aussi être pris en compte dans l'écoulement de matière, ainsi que le bridage des plaques sur le bâti.

Les conditions aux limites adoptés dans les travaux de [Schmidt et Hattel, 2005] sont différentes de celles exposées ci-dessus ; elles correspondent à des conditions de contact unilatéral et de frottement de Coulomb (f représente le coefficient de frottement) dont les équations sont les suivantes :

$$\begin{cases} \text{cas de l'adhérence : } |\boldsymbol{\tau}| \leq -f\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \text{ alors } \mathbf{v}_g = \mathbf{0} \\ \text{cas du glissement : } \boldsymbol{\tau} = f\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{v}_g}{|\mathbf{v}_g|}, \text{ alors } \mathbf{v}_g \neq \mathbf{0} \end{cases}$$

La condition de contact unilatéral se distingue des conditions aux limites initialement présentées au sens où le décollement est autorisé dans les travaux de [Schmidt et Hattel, 2005] alors que le contact est forcé (bilatéral) dans les autres approches. Ceci permet de mettre en évidence les éventuelles zones de décollement au niveau de la zone de contact entre l'outil et la matière.

1.4.2.4.2 Approche lagrangienne pour la détermination des contraintes résiduelles

Dans cette section, nous décrivons les travaux de modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage basés sur une approche lagrangienne. L'objectif de ces travaux est la détermination de l'état mécanique résiduel de l'assemblage soudé.

La loi de comportement

Les modèles examinés dans cette partie utilisent une approche lagrangienne dans le cadre des petites perturbations. Ces modèles sont basés sur un calcul thermique préalable [Chen et Kovacevic, 2003; Chao et Qi, 1998; Chao *et al.*, 2003]. En outre, les travaux de [Feng *et al.*, 2004] sont couplés avec le modèle métallurgique de dissolution de précipités présenté dans la section 1.4.2.3.1.

Le champ de température correspond à un chargement thermique pour la structure par le biais des dilatations. Les déformations plastiques sont donc calculées dans la structure à partir de ce chargement thermique. Les contraintes résiduelles sont ensuite définies comme l'état de contraintes existant dans les pièces en l'absence de tout chargement thermomécanique, c'est-à-dire, après refroidissement total et débridage des plaques.

Pour ce type de calcul, un comportement élastoplastique est utilisé. Précisons que les travaux cités ne tiennent pas compte du pion au niveau de l'outil qui est modélisé comme représenté sur la figure 1.13(a). De plus, un écoulement de matière parfaitement rectiligne est adopté.

Les conditions aux limites

Les conditions aux limites pour de telles simulations consistent en la prise en compte du bridage et de l'effort de pression appliqué par l'outil sur les plaques.

1.4.2.5 Étude du problème en régime stationnaire

Le friction stir welding peut être considéré par un observateur lié à la translation de l'outil comme un procédé stationnaire dans le cas de soudage de longues distances. En effet, après une phase transitoire, si l'on se place dans le référentiel lié à la translation de l'outil, l'ensemble des grandeurs thermiques, métallurgiques et mécaniques deviennent indépendantes par rapport au temps ; les dérivées partielles par rapport au temps sont nulles dans l'ensemble des équations. Une simulation de la phase stationnaire permet un gain important en temps de calcul. Quelques

études [Colegrove et Shercliff, 2004a; Seidel et Reynolds, 2003; Ulysse, 2002] ont construit un modèle stationnaire dans le cadre eulérien en adoptant un comportement de fluide visqueux. Notons qu’aucun travail basé sur une approche lagrangienne n’est effectué à partir de l’hypothèse de stationnarité. L’inconvénient d’une telle approche est de ne pas avoir accès à la phase transitoire et notamment la plongée de l’outil dans les plaques. Cette phase est importante pour la compréhension de la stabilisation des différentes grandeurs physiques.

1.4.2.6 Récapitulatif des différentes simulations numériques du friction stir welding

Afin de donner un récapitulatif des différents choix devant être effectués lors de la construction d’un modèle numérique, un grand nombre de travaux sur la simulation du friction stir welding sont listés dans le tableau 1.4. Les différentes caractéristiques de chacun de ces modèles ont été référencées. Dans cette liste, seuls les modèles 3D ont été retenus, sauf mention contraire. Enfin, du fait du grand nombre de travaux sur la simulation du friction stir welding, nous avons choisi de ne faire figurer dans ce tableau que les recherches nous semblant a priori pertinentes.

La construction de ce tableau comporte deux objectifs majeurs. D’une part, il permet de constater que la mise en place du modèle nécessite au préalable une définition claire des phénomènes que l’on veut modéliser, ainsi que des couplages dont on souhaite tenir compte dans le modèle. D’autre part, ce tableau permettra ultérieurement de situer notre modèle parmi les modèles de la littérature.

Référence	Discrétisation spatiale	Alliage	Modèle thermique	Modèle métallurgique	Modèle mécanique
[Khandkar <i>et al.</i> , 2003]	EF	6061-T6	source surfacique analytique		
[Song et Kovacevic, 2002]	DF 3D sym	6061-T6	source surfacique analytique		
[Russell et Shercliff, 1999]		2014-T6	source surfacique analytique	dissolution (modèle de Myhr et Grong)	
[Shercliff <i>et al.</i> , 2005]	EF	2014-T6	source surfacique analytique	dissolution (modèle de Myhr et Grong)	
[Gallais <i>et al.</i> , 2004]	DF	6056-T4 et 6056-T78	source surfacique analytique	germination-croissance-coalescence (modèle de Kampmann et Wagner)	
[Robson <i>et al.</i> , 2004]		7449-T7		dissolution (modèle de Myhr et Grong) et germination-croissance-coalescence (modèle de Kampmann et Wagner)	
[Seidel et Reynolds, 2003]	VF 2D	6061-T4	dissipation plastique		loi visqueuse de Sellars-Tegart, écoulement de matière, stationnaire
[Heurtier <i>et al.</i> , 2006]		2024-T3	source surfacique analytique et dissipation plastique		fluide parfait, champ de vitesse analytique à partir d'écoulements potentiels
[Colegrove et Shercliff, 2003; Colegrove et Shercliff, 2004a; Colegrove et Shercliff, 2004b]	VF	7075-T7	source surfacique (flux constant)		comportement issu de données expérimentales, écoulement de matière, stationnaire
[Feulvarch <i>et al.</i> , 2005]	EF	7075	source surfacique (chaleur libérée par frottement) et dissipation plastique	dissolution (modèle de Myhr et Grong)	loi visqueuse de Norton Hoff, écoulement de matière

Référence	Discrétisation spatiale	Alliage	Modèle thermique	Modèle métallurgique	Modèle mécanique
[Ulysse, 2002]	EF	7050-T7	source surfacique (chaleur libérée par frottement) et dissipation plastique		loi visqueuse de Sellars-Tegart, écoulement de matière, stationnaire
[Fourment <i>et al.</i> , 2004]	EF	7075	source surfacique (chaleur libérée par frottement) et dissipation plastique, rayonnement		loi de Norton Hoff (ALE et Lagrangien réactualisé), loi de frottement de Norton, écoulement de matière
[Askari <i>et al.</i> , 2001]	DF	7050-T7	dissipation plastique		loi élastoplastique (écrouissage isotrope de Johnson-Cook)
[Schmidt et Hattel, 2004a; Schmidt et Hattel, 2005]	EF	2024-T3	source surfacique (chaleur libérée par frottement) et dissipation plastique		loi élastoplastique (écrouissage isotrope de Johnson-Cook), loi de frottement de Coulomb et de contact unilatéral, ALE
[Chen et Kovacevic, 2003]	EF	6060-T6	source surfacique analytique		loi élastoplastique, pas de calcul d'écoulement de matière, état résiduel induit par le champ thermique
[Chao et Qi, 1998; Chao <i>et al.</i> , 2003]	EF 3D sym	2195, 6061-T6	source surfacique analytique	modèle simplifié mettant en évidence l'adoucissement du matériau suite au passage de l'outil	état résiduel induit par le champ thermique et le modèle métallurgique simple, pas de calcul d'écoulement de matière
[Feng <i>et al.</i> , 2004]	EF 3D sym	6061-T6	source surfacique (expression analytique)	dissolution (modèle de Myhr et Grong), vieillissement	loi élastoplastique, pas de calcul d'écoulement de matière, état résiduel induit par le champ thermique et les modifications métallurgiques

TAB. 1.4 : Vue générale des principales modélisations numériques du friction stir welding.

1.5 Conclusions

Ce premier chapitre du manuscrit correspond à une introduction générale relative au thème de la modélisation et de la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage. Les problèmes de soudage de certains alliages d'aluminium ont été rappelés ce qui a permis de présenter le friction stir welding comme un procédé de soudage permettant de résoudre une partie de ces problèmes bien que certains mécanismes physiques mis en jeu lors de ce procédé restent encore méconnus. Outre sa capacité à assembler des alliages d'aluminium, il peut être utilisé pour assembler d'autres alliages métalliques, voire même des métaux de natures différentes. Le procédé ainsi que les phénomènes métallurgiques mis en jeu lors du soudage ont été décrits ; mais, pour plus d'informations, il est conseillé de consulter d'autres rapports plus complets tels que [Shercliff et Colegrove, 2002; Mishra et Ma, 2005].

Un état de l'art des différentes modélisations du procédé a aussi été réalisé mettant en évidence un certain nombre de difficultés à résoudre pour bâtir une modélisation correcte du procédé. En l'occurrence, les principaux point-clés sont les suivants :

1. **Description des sources de chaleur.** Une description convenable de la source de chaleur est indispensable pour une modélisation pertinente et prédictive du procédé.
2. **Description de l'écoulement de matière.** La matière est soumise à des déformations importantes rendant ainsi complexe la description de son histoire.
3. **Couplage entre les aspects thermique, métallurgique et mécanique.** Des couplages existent et la construction d'un modèle doit prendre en compte les couplages prépondérants. À ce jour, il existe peu de travaux tenant compte des trois aspects thermique, métallurgique et mécanique.
4. **Choix de la loi de comportement.** Deux grands types de lois de comportement sont utilisés : des comportements purement visqueux ou des comportements élastoplastiques. Chacune de ces lois est intimement liée à l'approche (eulérienne ou lagrangienne) adoptée.
5. **Description des évolutions microstructurales au niveau de la zone de passage de l'outil.** Le cycle thermique de chauffage puis refroidissement est à l'origine de modifications microstructurales non-négligeables. Celles-ci doivent donc être prises en compte au mieux.
6. **Choix d'une description temporelle ou stationnaire.**

Chapitre 2

Modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage

2.1 Introduction : présentation du problème et de la méthodologie adoptée

La recherche bibliographique précédente a mis en lumière un certain nombre de difficultés à surmonter pour mettre en place une modélisation fiable du procédé de soudage par friction et malaxage. Le modèle doit notamment être capable de décrire correctement :

- les apports et les transferts de chaleur lors du soudage ;
- les évolutions métallurgiques induites par les fortes variations de température ;
- l'écoulement de matière autour de l'outil ;
- le comportement du matériau aussi bien autour de l'outil où la matière est assimilable à une pâte visqueuse soumise à des déformations intenses que dans les zones plus éloignées où le comportement est solide et élasto-plastique et où les déformations sont petites ;
- les principaux couplages entre l'ensemble de ces phénomènes, comme décrit par le schéma 1.12 (cf. page 32).

Présentation du problème

Le but de ce chapitre est la construction d'un modèle prédictif du procédé de soudage dont l'objectif final est de fournir l'état mécanique résiduel de l'assemblage soudé à partir de la connaissance d'un certain nombre de données :

- géométrie de l'outil et des plaques ;
- paramètres du soudage : vitesse de soudage, vitesse de rotation de l'outil, force de plongée ;
- paramètres thermomécaniques de l'alliage soudé.

Pour réaliser cet objectif, il est nécessaire de modéliser d'autres phénomènes tels que l'écoulement de matière, les évolutions thermiques et métallurgiques qui sont déterminantes pour l'estimation de l'état mécanique résiduel. Ainsi, le modèle construit doit prendre en compte tous ces aspects.

En outre, le développement d'un tel modèle permettra par la suite d'effectuer des études paramétriques permettant d'analyser, par exemple, l'influence de la vitesse de soudage, de la vitesse de rotation ou de la forme de l'outil sur les différents champs prédits.

Méthodologie générale

Pour intégrer tous les phénomènes physiques survenant lors du soudage, il est donc nécessaire de disposer d'une loi de comportement capable de tenir compte :

- du comportement pâteux autour de l'outil et du comportement solide (élastique voire plastique) dans les zones plus éloignées ;
- des grandes déformations générées par la rotation de l'outil et des déformations infinitésimales aux bords des plaques ;
- des fortes températures dans la région de l'outil et de températures plus faibles dans les autres zones.

À l'heure actuelle, on ne dispose pas d'une telle loi de comportement unifiée. Un certain nombre d'hypothèses doit être fait afin de simplifier le problème général couplé et d'atteindre l'objectif fixé.

La première hypothèse consiste à découpler le problème en deux grandes étapes successives représentées par la figure 2.1 :

- La première étape consiste en un calcul thermo-hydrodynamique couplé. La détermination du champ de température est nécessaire car le calcul de toutes les autres grandeurs physiques implique la connaissance préalable de ce champ. Une définition claire des apports et des transferts de chaleur permet d'évaluer la température dans les plaques. L'écoulement de matière autour de l'outil est déterminé à partir d'un comportement de fluide visqueux écrit dans un cadre purement eulérien. Connaître l'écoulement de matière autour de l'outil permettra dans la suite de pouvoir suivre les histoires thermique, métallurgique et mécanique de chaque particule le long de leur trajectoire.
- La seconde étape du modèle global consiste en un calcul métallo-mécanique utilisant les deux résultats précédemment obtenus. Dans un premier temps, les évolutions métallurgiques sont estimées. Dans un second temps, elles sont intégrées à un modèle mécanique de type solide donnant accès aux déplacements, déformations et contraintes résiduelles dans l'assemblage soudé. Ce calcul mécanique est basé sur un comportement élastoviscoplastique étant donné que des phénomènes visqueux et plastiques ont lieu simultanément.

La seconde hypothèse consiste à ne modéliser que la phase stationnaire du procédé en excluant du modèle la pénétration de l'outil dans les plaques, la phase transitoire et le retrait de l'outil. Au sein du modèle, ceci se traduit par un choix approprié du référentiel d'étude : toutes les équations sont écrites dans le repère mobile, lié à la translation de l'outil le long du cordon de soudure. L'objectif de cette hypothèse est de réaliser un gain considérable en temps de calcul tout en obtenant une réponse pertinente.

Enfin, le modèle considère uniquement le maillage des plaques ; l'outil et le support sur lequel reposent ces plaques ne sont pas pris en compte dans le maillage bien que leurs effets sur les plaques sont naturellement considérés par le biais de conditions aux limites adéquates. Pour finir, précisons qu'un outil à pion cylindrique est adopté.

Plan du chapitre

L'organisation de ce chapitre est la suivante :

- Les différentes composantes du modèle thermo-hydrodynamique couplé sont décrites dans la section 2.2. Ainsi, on expose la modélisation des apports et des transferts thermiques dans les plaques ainsi que la modélisation de l'écoulement visqueux de matière autour de l'outil. Pour chacune de ces deux composantes du modèle couplé, les équations à résoudre ainsi que les conditions aux limites sont clairement écrites. Dans un second temps, l'implémentation numérique de ce modèle est présentée.
- Dans la section 2.3, la modélisation des évolutions métallurgiques et la modélisation mé-

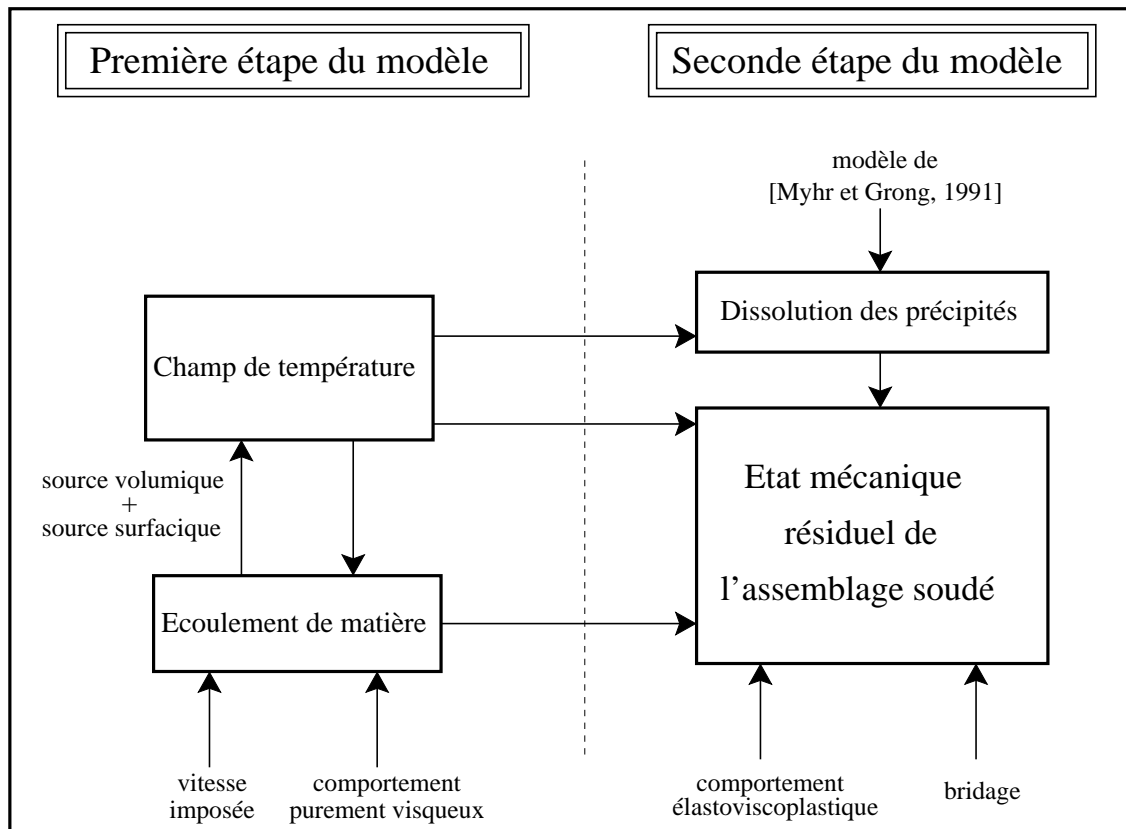


FIG. 2.1 : Méthodologie générale de la modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage.

canique sont successivement présentées. Concernant la modélisation mécanique, différentes lois de comportement sont proposées. Les paramètres de chacune d'entre-elles ainsi que leurs méthodes d'identification sont précisés. Enfin, l'implémentation numérique du modèle métallurgique et mécanique est présentée. En particulier, la méthode de calcul stationnaire, l'implémentation de la loi de comportement et la méthode de détermination de l'état mécanique résiduel sont exposées.

2.2 Première étape : détermination du champ de température et de l'écoulement de matière

Dans ce qui suit, nous présentons le système d'équations (équation de la dynamique, loi de comportement, équation thermique et conditions au contour) permettant de décrire l'évolution des grandeurs thermomécaniques lors du soudage. La section 2.2.1 est consacrée à la modélisation de l'écoulement de matière autour de l'outil alors que le modèle thermique est donné dans la section 2.2.2. Après avoir synthétisé ce modèle (section 2.2.3), son implémentation numérique est détaillée dans la section 2.2.4.

2.2.1 Modélisation de l'écoulement de matière

2.2.1.1 Équation de bilan et loi de comportement

La résolution du problème mécanique est fondée sur l'équation de la dynamique à laquelle doit être ajoutée une loi de comportement adaptée aux phénomènes significatifs observés. L'équation de la dynamique traduit un bilan de quantité de mouvement et est donnée par

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ représente le tenseur de contraintes de Cauchy, \mathbf{f} le champ de forces volumiques appliquées au système et \mathbf{v} le champ de vitesse. En régime stationnaire, la dérivée particulaire se réduit au terme convectif $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$:

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (2.1)$$

Idéalement, la loi de comportement permettant de décrire le matériau lors du soudage par friction et malaxage doit prendre en compte les deux comportements extrêmes suivants :

- comportement purement visqueux au niveau de la couche de cisaillement au contact de l'outil. Ce comportement visqueux est induit par les températures élevées et les déformations intenses dans cette zone (cf. section 1.3.1.3).
- comportement élastique dans les zones les plus éloignées de l'outil où la température et les déformations sont beaucoup moins importantes.

En outre, la loi de comportement doit permettre de couvrir de façon continue l'ensemble des comportements intermédiaires. Une telle loi unifiée n'existe pas à ce jour.

C'est pourquoi dans un premier temps, un comportement de fluide purement visqueux incompressible non-newtonien est adopté dans un cadre eulérien. Cette méthode a l'avantage de pouvoir traiter correctement les zones autour de l'outil où les déformations sont majoritairement de type visqueuse (donc incompressible). Cependant, ce type de comportement ne peut fournir que l'écoulement de matière autour de l'outil lors du procédé. Aucune information sur l'état résiduel ne pourra être obtenue car, d'une part, l'hypothèse de base de ce type de comportement consiste à ne considérer que des déformations irréversibles, contrairement aux comportements de type solide où les déformations sont partitionnées en une part réversible (élastique) et une part irréversible (plastique ou visqueuse). D'autre part, loin de l'outil, les déformations irréversibles sont de nature plastique et non visqueuse.

L'évolution de la viscosité est donnée par la loi de Sellars-Tegart dont on rappelle l'expression :

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + 2\mu(\bar{d}, T)\mathbf{d} \\ \mathbf{d} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + {}^t\nabla \mathbf{v}) \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{array} \right. \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu(\bar{d}, T) = \frac{1}{3\alpha\bar{d}} \ln \left(\left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{2}{n}}} \right) \\ \text{avec } Z(T, \bar{d}) = \bar{d} \exp \left(\frac{Q}{RT} \right) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

À l'usage, cette loi est très intéressante lorsque de forts gradients de vitesse et de température sont présents. En comparaison avec une loi de Norton-Hoff, cette expression de la viscosité prend mieux en compte ces forts gradients. Ceci s'explique par le fait qu'elle correspond à une généralisation de la loi de Norton-Hoff, comme précisé dans la présentation de ce comportement lors de la recherche bibliographique (cf. section 1.4.2.4.1, page 43).

Les paramètres de cette loi sont les constantes α , A , Q et n . Ils sont déterminés par des essais de torsion réalisés à différentes vitesses et différentes températures [Sheppard et Wright, 1979;

Sheppard et Jackson, 1997]. Le couple de torsion est exprimé à partir de l'équation (2.2) et de multiples régressions sont effectuées afin de minimiser l'écart entre le couple mesuré et le couple théorique. On peut trouver les valeurs numériques de ces paramètres pour un grand nombre d'alliages d'aluminium dans [Sheppard et Jackson, 1997]. Ce dernier point est aussi très important dans le choix de la loi de comportement car il donne la perspective de pouvoir utiliser ce comportement pour plusieurs alliages d'aluminium sans avoir besoin d'identifier expérimentalement les paramètres de cette loi.

La figure 2.2 montre l'évolution de la viscosité dynamique μ en fonction du taux de déformation équivalent \bar{d} pour plusieurs températures (100°C, 200°C, 300°C et 400°C). À température donnée, le coefficient de viscosité décroît lorsque le taux de déformation équivalent augmente et pour un taux de déformation équivalent donné, la viscosité décroît lorsque la température augmente. On remarque que pour des déformations et températures élevées, la viscosité tend vers 0 et donc le comportement tend vers celui d'un fluide parfait.

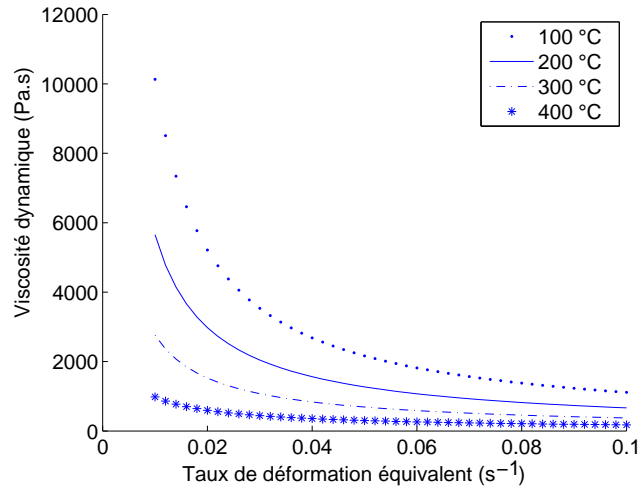


FIG. 2.2 : Comportement visqueux de Sellars-Tegart pour l'alliage d'aluminium 7050.

2.2.1.2 Conditions aux limites pour le problème d'écoulement visqueux

Un certain nombre de conditions aux limites sont écrites pour compléter les équations (2.1) et (2.2). Pour cela, il est nécessaire de bien distinguer les différentes surfaces sur lesquelles elles vont être écrites :

- la zone de contact entre l'outil et la matière ;
- l'interface entre les plaques et le support sur lequel elles reposent ;
- les surfaces des plaques directement au contact de l'air.

Les conditions aux limites sur la première surface permettent de traduire la nature du contact entre l'outil et la matière, d'un point de vue thermique et mécanique. Sur les deuxième et troisième surfaces, elles permettent principalement de rendre compte des échanges de chaleur respectivement avec le support et avec l'air ambiant (cf. section 2.2.2.2).

Contact outil-matière

Concernant la surface de contact entre l'outil et la matière, les conditions aux limites sont de type "vitesse imposée". Travaillant dans le repère mobile lié à la translation de l'outil, seule

sa rotation est considérée. Comme montré sur la figure 2.3, trois surfaces sont distinguées : la surface de contact entre l'épaulement et la matière, celle entre la surface latérale du pion et la matière et celle entre la surface inférieure du pion et la matière.

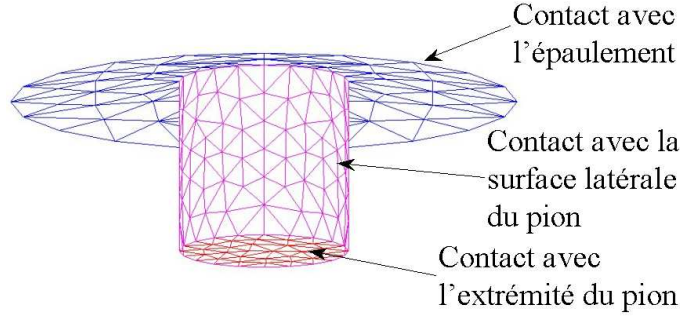


FIG. 2.3 : Surfaces de contact entre l'outil et la matière.

Pour la première et la troisième, les conditions aux limites sont divisées en une composante tangentielle et une composante normale. La vitesse tangentielle est imposée à partir de la relation suivante :

$$\mathbf{v}_{mat}^{tang} = \alpha r \omega_{outil} \mathbf{u}_\theta \quad (2.3)$$

où ω_{outil} est la vitesse de rotation de l'outil, r la distance à l'axe de l'outil, \mathbf{u}_θ le vecteur orthoradial tangent à la surface et α un coefficient compris entre 0 et 1 qui permet d'introduire un glissement au niveau de la surface de contact. Le cas extrême $\alpha = 1$ correspond à des conditions d'adhérence. Remarquons que cette condition est une façon d'imposer un contact frottant entre l'outil et la matière à condition que α soit non nul.

La composante normale correspond à une pression uniforme égale à la pression appliquée par l'outil sur la matière et de résultante $F_{plongee} \mathbf{n}$ où \mathbf{n} est le vecteur normal à la surface.

Pour la seconde surface, les trois composantes de la vitesse sont appliquées à partir de la relation suivante :

$$\mathbf{v}_{mat} = \alpha r \omega_{outil} \mathbf{u}_\theta + \alpha p \omega_{outil} \mathbf{u}_{gen} \quad (2.4)$$

où α est le même coefficient que dans la relation (2.3), \mathbf{u}_{gen} représente la direction de la génératrice descendante du pion cylindrique et le scalaire p exprimé en $m.rad^{-1}$ correspond au pas du filet. Remarquons que sur la figure 2.3, les filets ne sont pas maillés géométriquement, par souci de simplification. Cependant, leurs effets sont pris en compte dans l'équation (2.4) par le biais du deuxième terme du membre de droite qui induit une composante de la vitesse selon la direction \mathbf{u}_{gen} .

La prise en compte de l'inclinaison de l'outil et de la forme conique de l'épaulement (cf. figure 1.4) nécessite un travail supplémentaire pour l'écriture des relations (2.3) et (2.4). Par exemple, le vecteur normal \mathbf{n} à la première surface n'est pas rigoureusement égal au vecteur unitaire ascendant. De même, les vecteurs \mathbf{u}_θ des relations (2.3) et (2.4) doivent tenir compte de l'inclinaison de l'outil. Ainsi, en se plaçant dans un repère cartésien, les trois relations précédentes se traduisent par des relations linéaires entre les trois composantes du champ de vitesse.

Remarques sur la signification du coefficient α

L'introduction du coefficient α permet de prendre en compte les mouvements de l'outil de façon globale, sans s'intéresser aux différents phénomènes ayant lieu dans la couche limite au niveau du contact entre l'outil et la matière (cf. section 1.3.1.3). Actuellement, cette couche limite est définie comme une fine couche (1mm maximum) autour de l'outil. Entraînée par adhérence par l'outil, la matière est donc soumise à de très grandes déformations à l'intérieur de cette couche. Au-delà de cette couche, une discontinuité importante des vitesses apparaît. Ainsi, à l'extérieur de cette couche, la matière est entraînée par la rotation de l'outil, mais les vitesses sont beaucoup plus faibles que dans la couche limite.

La méthode choisie dans ce modèle consiste à ne pas modéliser cette couche limite. La démarche peut consister alors à inclure cette couche dans l'outil et les conditions aux limites correspondant aux équations (2.3) et (2.4) s'appliquent au contour externe de cette couche comme représenté schématiquement sur la figure 2.4.

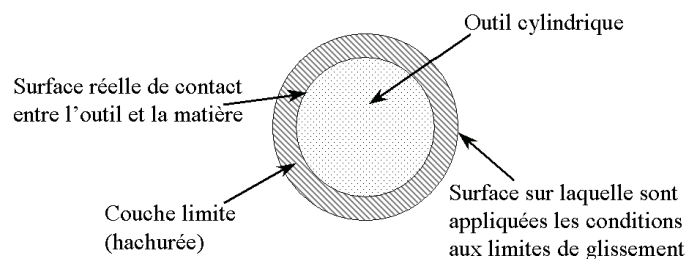


FIG. 2.4 : Représentation schématique de la couche limite et du pion.

Conditions aux limites sur les autres surfaces

La présence du support sur lequel reposent les plaques se traduit par la nullité de la composante verticale de la vitesse pour la surface inférieure des plaques. De plus, travaillant dans le repère mobile, la section transverse la plus en amont de l'outil a une vitesse égale à l'opposé de la vitesse de soudage. Enfin, toutes les autres surfaces sont libres de contraintes. Ces différentes surfaces sont représentées sur la figure 2.5.

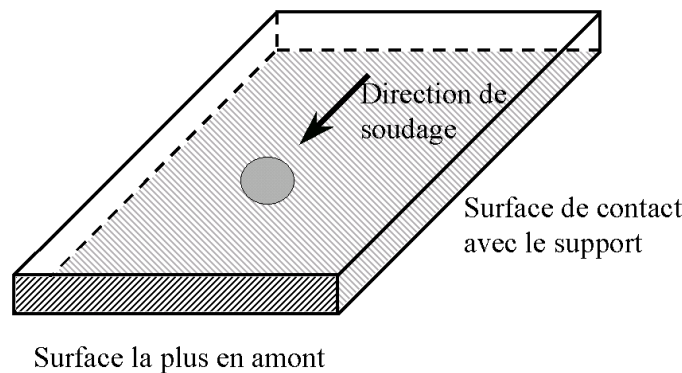


FIG. 2.5 : Représentation des surfaces de contact utiles pour les conditions aux limites mécaniques autres que celles entre l'outil et la matière.

2.2.2 Modélisation des transferts thermiques

2.2.2.1 Équation de bilan

Le champ de température stationnaire $T(\mathbf{x})$ est la solution de l'équation de la chaleur, obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique qui traduit un bilan d'énergie pour le système de volume Ω . L'énergie totale est la somme de deux termes :

- l'**énergie interne** du système $\left(\int_{\Omega} \rho e \, d\Omega \right)$ (cette écriture est valable car l'énergie interne est une grandeur extensive) ;
- l'**énergie cinétique macroscopique** $\left(\frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \right)$.

La loi de conservation de cette énergie totale revient à écrire que la variation de l'énergie totale est égale à la puissance transférée au système de deux manières différentes :

- **transfert de chaleur** : $\int_{\Omega} r \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \, dS$, où r correspond à une source de chaleur volumique et \mathbf{q} le flux de chaleur à travers le contour de Ω , noté $\partial\Omega$;
- **transfert mécanique** : $\int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega_T} \mathbf{T}^d \cdot \mathbf{v} \, dS$ où \mathbf{f} correspond aux efforts volumiques extérieurs appliqués au domaine Ω et \mathbf{T}^d aux efforts surfaciques appliqués sur une portion $\partial\Omega_T$ de $\partial\Omega$.

À partir de cette loi de bilan, le premier principe est écrit sous forme locale en utilisant la formule de la divergence et le principe des puissances virtuelles appliqué au champ de vitesse réelle \mathbf{v} :

$$\rho \dot{e} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r - \text{div} \mathbf{q} \quad (2.5)$$

Choisissons maintenant les variables d'état que nous allons adopter pour la suite. Outre la température, certains auteurs [Suquet, 2003] adoptent les déformations totales \mathbf{e} car elles sont facilement observables et donc mesurables. D'autres auteurs [Lemaitre et Chaboche, 1988] préfèrent partitionner les déformations totales en déformations réversibles et irréversibles et choisir les déformations réversibles comme variable d'état. Étant donné le comportement purement visqueux adopté lors de la section 2.2.1, nous allons choisir les déformations totales comme variables d'état car il n'existe pas de déformations réversibles dans le modèle développé dans la section 2.2.1. En outre, nous rajoutons des variables internes $\boldsymbol{\alpha}_i$ même s'il n'en existe pas dans ce modèle. Les variables d'état sont donc

$$(T, \mathbf{e}, \boldsymbol{\alpha}_i)$$

À partir de l'équation de Gibbs $s = -\frac{\partial \psi}{\partial T}(T, \mathbf{e}, \boldsymbol{\alpha}_i)$, l'équation de la chaleur (2.5) s'écrit en fonction de l'énergie libre ψ :

$$\rho c_p \dot{T} - \rho T \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \boldsymbol{\alpha}_i \partial T} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{e} \partial T} \dot{\mathbf{e}} \right) = r - \text{div} \mathbf{q} + \boldsymbol{\sigma}^{irr} : \mathbf{d} - \mathbf{X}_i : \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \quad (2.6)$$

où $c_p = -T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2}$ est la chaleur massique à déformation constante, exprimée en $J.kg^{-1}.K^{-1}$, $\mathbf{X}_i = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\alpha}_i}$ est la force thermodynamique associée à la variable interne $\boldsymbol{\alpha}_i$. La partie réversible des contraintes est donnée par $\boldsymbol{\sigma}^{rev} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{irr} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{e}}$. Le deuxième terme du membre de gauche permet de considérer des couplages thermomécaniques.

Le terme

$$\phi = \boldsymbol{\sigma}^{irr} : \mathbf{d} - \mathbf{X}_i : \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i \quad (2.7)$$

représente la dissipation intrinsèque ; le second principe de la thermodynamique impose la positivité de ce terme. La dissipation intrinsèque est composée d'un terme correspondant à la dissipation due à la partie irréversible des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^{irr} : \mathbf{d}$ et d'un terme lié aux variables internes. Le terme ϕ correspond à une quantité d'énergie dissipée sous forme de chaleur dans le système. Il est classiquement négligé dans un grand nombre de problèmes. Or, dans les problèmes de mise en forme des métaux où les déformations sont importantes, il est d'usage de prendre en compte cette dissipation de chaleur dans le matériau et, de plus, par commodité [Besson *et al.*, 2001], de remplacer le second terme de ϕ de façon à écrire la dissipation intrinsèque sous la forme $\phi = \eta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}$. L'expérience incite à considérer le coefficient η légèrement inférieur à 1 ; on le prendra égal à 0.9 dans la suite. D'autre part, étant donné le comportement purement visqueux adopté, il n'existe pas de partie réversible des contraintes et donc la partie irréversible des contraintes s'identifie aux contraintes totales ce qui permet de négliger le terme $\rho T \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \boldsymbol{\alpha}_i \partial T} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{e} \partial T} \dot{\mathbf{e}} \right)$.

Ainsi, après avoir effectué ces simplifications et en utilisant le comportement thermique de Fourier qui consiste à écrire le flux \mathbf{q} sous la forme $-\lambda \nabla T$ (où λ est la conductibilité du matériau isotrope exprimée en $W.m^{-1}.K^{-1}$), on obtient l'équation de la chaleur suivante :

$$\rho c_p \dot{T} = \text{div}(\lambda \nabla T) + \eta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} + r$$

Par la suite, on considère qu'il n'existe pas de sources volumiques générant de la chaleur autres que celle donnée par le travail des déformations irréversibles. D'autre part, en régime stationnaire, la dérivée particulaire se réduit au terme convectif $\mathbf{v} \cdot \nabla T$:

$$\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \text{div}(\lambda \nabla T) + \eta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} \quad (2.8)$$

2.2.2.2 Conditions aux limites pour les transferts thermiques

Contact outil-matière

Le glissement avec frottement introduit par les relations (2.3) et (2.4) est un mécanisme dissipatif générant une certaine quantité de chaleur au niveau de la surface représentée sur la figure 2.3. Elle peut être quantifiée par le produit scalaire entre le vecteur cisaillement et le vecteur de la vitesse de glissement entre l'outil et la matière. Comme l'outil n'est pas pris en compte dans ce modèle, il est nécessaire d'introduire un coefficient de partage de façon à ne considérer que la quantité de chaleur se propageant dans les plaques. La source de chaleur surfacique au niveau du contact entre l'outil et la matière s'exprime par la relation suivante :

$$Q_{friction} = \beta \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_g \quad (2.9)$$

où le cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ est donné par l'expression $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \boldsymbol{\sigma}$ et la vitesse de glissement \mathbf{v}_g par $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_{mat} - \mathbf{v}_{outil}$ (\mathbf{v}_{mat} représente ici la vitesse de la matière au contact de l'outil et \mathbf{v}_{outil} représente la vitesse de l'outil). On note que l'équation (2.9) induit un couplage supplémentaire mécanique-thermique et rend le problème global plus difficile à résoudre : le cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ est calculé à partir de l'expression (2.2). De plus, cette expression est plus complexe que certaines formes du flux surfacique mentionnées dans la section 1.4.2.2.1. En particulier, considérer un flux proportionnel à la distance à l'axe revient à prendre un cisaillement $\boldsymbol{\tau}$ constant au niveau de l'équation (2.9).

Le coefficient de partage β est compris entre 0.5 et 1 pour deux raisons. D'une part, une plus grande quantité de chaleur est dissipée dans les plaques en aluminium que dans l'outil en acier du fait des différences entre les propriétés thermiques de ces deux matériaux. D'autre part, étant donné que la matière est soumise à un cycle thermique composé d'un chauffage puis d'un refroidissement alors que l'outil connaît des températures élevées tout au long du procédé de soudage, plus de chaleur est dissipée dans les plaques que dans l'outil.

Conditions aux limites sur les autres surfaces

Restent deux autres surfaces où les conditions aux limites doivent être déterminées : la surface de contact avec le support et toutes les autres faces des plaques qui sont en contact direct avec l'air ambiant (cf. figure 2.6). Pour ces deux surfaces, des conditions de convection avec le milieu extérieur sont adoptées en utilisant un coefficient d'échange propre à chacune de ces surfaces. Ainsi pour la surface de contact avec le support, on notera :

$$Q_{support} = h_{support}(T - T_{support}) \quad (2.10)$$

et pour toutes les autres faces des plaques qui sont en contact direct avec l'air ambiant, on notera

$$Q_{air} = h_{air}(T - T_{air}) \quad (2.11)$$

Dans ces deux équations, $T_{support}$ et T_{air} représentent respectivement la température du support et la température de l'air ambiant. Distinguer ces deux surfaces est nécessaire car l'échange de chaleur est a priori plus important pour la surface en contact avec le support que pour la surface en contact direct avec l'air ambiant. Ainsi, le coefficient d'échange correspondant sera plus grand.

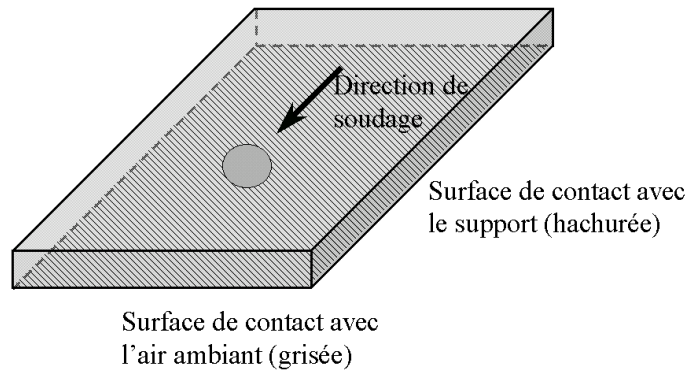


FIG. 2.6 : Représentation des surfaces où seront appliquées des conditions de convection par le biais d'un coefficient d'échange.

2.2.3 Récapitulatif du modèle thermo-hydrodynamique

2.2.3.1 Récapitulatif des principales équations

Le tableau 2.1 récapitule l'ensemble des équations, des couplages et des conditions aux limites présentés ci-dessus.

Modélisation des transferts thermiques :	
Bilan d'énergie	$\rho c_p(T) \mathbf{v} \cdot \nabla T = \text{div}(\lambda(T) \nabla T) + \eta \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}$
Conditions aux limites	$\begin{cases} Q_{friction} = \beta \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_g \text{ sur la zone de contact} \\ \text{échanges convectifs sur les autres surfaces} \end{cases}$
Modélisation de l'écoulement visqueux :	
Équilibre dynamique	$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$
Comportement visqueux incompressible	$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = -p \mathbf{1} + 2\mu(\bar{d}, T) \mathbf{d} \text{ avec } \mathbf{d} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v}) \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \\ \mu(\bar{d}, T) = \frac{1}{3\alpha \bar{d}} \ln \left(\left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{1}{n}} + \sqrt{1 + \left(\frac{Z}{A} \right)^{\frac{2}{n}}} \right) \end{cases}$
Conditions aux limites	$\begin{cases} \mathbf{v}_{mat} = \alpha r \omega_{outil} \mathbf{u}_\theta \text{ sur la zone de contact} \\ \text{prise en compte des filets sur l'écoulement} \\ \text{prise en compte de l'effort de plongée} \\ v_z = 0 \text{ sur la surface inférieure} \end{cases}$

TAB. 2.1 : Récapitulatif du modèle thermo-hydrodynamique couplé.

2.2.3.2 Autres propositions de conditions aux limites

D'autres conditions aux limites auraient pu être adoptées dans ce modèle. On pense à celles déjà mentionnées lors de la recherche bibliographique : imposer un effort (i.e. cisaillement) suivant la loi de Norton au niveau du contact entre l'outil et la matière, imposer un flux de chaleur surfacique linéaire avec la distance à l'axe de l'outil, considérer le rayonnement thermique,...

Pour le problème thermique, il est aussi possible de construire des conditions aux limites incluant le maillage de l'outil comme présenté sur la figure 2.7. Dans ce cas, la condition représentée par l'équation (2.9) se transforme en $Q_{friction} = \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_g$ car on tient compte de la chaleur dissipée dans l'outil. De plus, des échanges par convection modélisés par un coefficient d'échange peuvent être adoptés sur les surfaces de l'outil en contact direct avec l'air ambiant.

Pour la surface de contact entre les plaques et le support, deux sous-zones peuvent aussi être distinguées : la surface directement en aplomb de l'outil et la surface restante. A priori, du fait de l'effort appliqué par l'outil sur la matière, le contact au niveau de la première sous-zone est plus important ce qui permet de supposer que le coefficient d'échange est plus important que celui de la deuxième sous-zone.

2.2.4 Implémentation numérique du modèle thermo-hydrodynamique couplé

2.2.4.1 Choix de la discrétisation spatiale

La mise en place d'une modélisation et d'une simulation numérique d'un problème physique nécessite généralement une phase de discrétisation du domaine spatial. Pour cela, un choix doit être effectué parmi les différentes méthodes de discrétisation existantes : différences finies, vo-

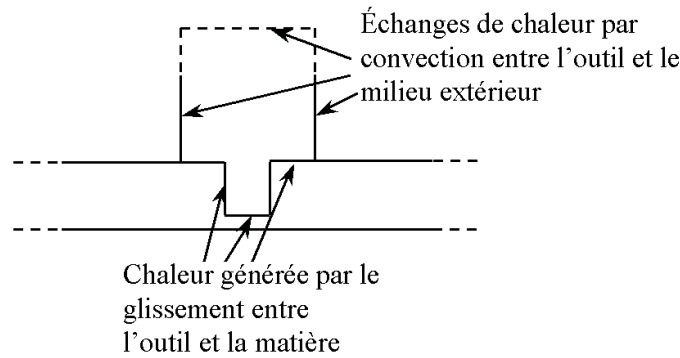


FIG. 2.7 : Représentation des échanges de chaleur pour un modèle thermique incluant l'outil.

lumes finis, éléments finis,... Le tableau 1.4 a montré que ces trois discrétisations ont déjà été utilisées pour simuler le soudage par friction et malaxage. Une description détaillée de la méthode de discrétisation par volumes finis est donnée dans [Patankar, 1980].

Au fil du travail, il est apparu que le principal critère permettant d'effectuer un choix entre les différentes méthodes de discrétisation consiste en leur aptitude à traiter correctement, à la fois les termes diffusifs, mais aussi, les termes convectifs des équations. Il est bien connu [Patankar, 1980; Brooks et Hughes, 1982] que, contrairement aux termes diffusifs, les termes convectifs nécessite un traitement particulier afin d'éviter des oscillations des solutions. En l'occurrence, il s'agit de décentrer les schémas adoptés lors du traitement de ces termes.

Dans la littérature, il existe plusieurs travaux [Zienkiewicz et Onate, 1991; Onate et Idelsohn, 1992; Idelsohn et Onate, 1994] démontrant, dans un cadre bien défini, une équivalence pour le traitement de ces termes entre une discrétisation par éléments finis et une discrétisation par volumes finis, sous les conditions suivantes :

- Pour la méthode des volumes finis, le schéma doit prendre en compte la nature du transport (convectif ou diffusif) par le biais du nombre de Péclet [Patankar, 1980].
- Concernant la méthode des éléments finis, la nature du décentrement est déterminée par la construction des fonctions de poids. Ces fonctions correspondent aux fonctions tests utilisées lors de l'écriture de la formulation variationnelle associée à l'équation d'équilibre locale. Il existe plusieurs façons de construire ces fonctions de poids [Brooks et Hughes, 1982]. La plus simple consiste à les prendre égales aux fonctions de forme ; il s'agit de la méthode de Galerkin, illustrée par la figure 2.8(a), où aucun décentrement n'est introduit. La méthode de Petrov-Galerkin (cf. figure 2.8(b)) revient à prendre en compte l'écoulement en considérant des fonctions continues mais non-symétriques. Pour cela, les fonctions de poids sont construites en accordant un poids plus important à l'élément en amont du noeud considéré qu'à l'élément en aval. Enfin, la méthode dite "Stream-Upwind Petrov-Galerkin" (SUPG) consiste à considérer des fonctions de poids ψ_i égales à $N_i + \tau \mathbf{v} \cdot \nabla N_i$ où N_i est la fonction d'interpolation associée au noeud i et \mathbf{v} le champ de vitesse associé au terme convectif. τ est un paramètre de stabilisation faisant intervenir une longueur caractéristique de l'élément, le champ de vitesse \mathbf{v} et le nombre de Péclet. Par cette méthode, on obtient des systèmes à rigidité non-symétrique mais dont les propriétés de convergence et de stabilité sont meilleures.

Outre cet aspect technique, il existe aussi des critères plus matériels à prendre en compte lors du choix de la méthode de discrétisation. Est-il nécessaire de construire son propre code de discrétisation sachant qu'il en existe déjà un grand nombre sur le marché ? Quelles sont les

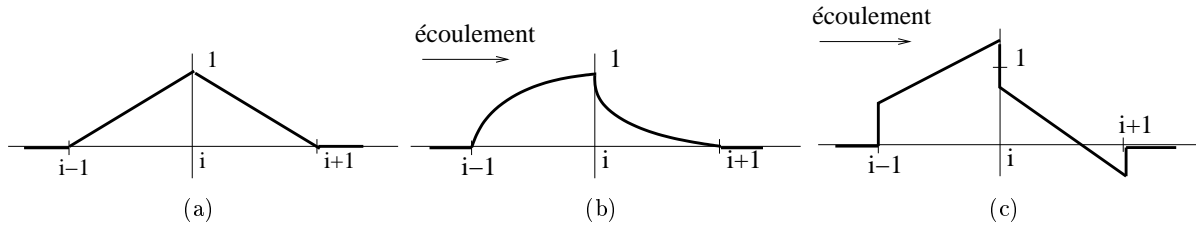


FIG. 2.8 : Choix des fonctions de poids : (a) méthode de Galerkin (b) méthode de Petrov-Galerkin (c) méthode dite "Stream-Upwind Petrov-Galerkin".

capacités de modélisation offertes par ces codes commerciaux ? Et, à quelles fins est destinée la modélisation ?

L'ensemble de ces remarques nous a incité à utiliser le code par éléments finis Castem, développé par le Commissariat à l'Énergie Atomique. Le principal avantage de ce code est qu'il permet de traiter sous le même environnement des problèmes de mécanique des fluides comme celui présenté ci-dessus et des problèmes de mécanique des structures (cf. section 2.3). Pour plus de détails sur la méthode des éléments finis mixtes, on renvoie aux ouvrages [Fortin et Glowinski, 1982; Pironneau, 1988; Ern et Guermond, 2001; Bonnet-Bendhia et Lunéville, 2001].

2.2.4.2 Algorithme de résolution

La résolution de ce problème non-linéaire est réalisée par une méthode itérative de point fixe présentée sur la figure 2.9.

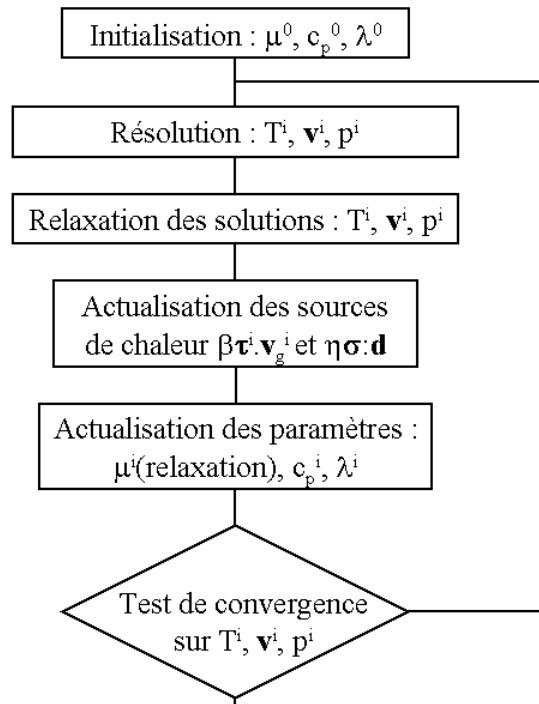


FIG. 2.9 : Schéma de résolution du problème thermo-hydrodynamique.

On peut noter qu'une relaxation de la viscosité est nécessaire à chaque itération afin de garantir la convergence et la stabilité de l'algorithme. Le coefficient de relaxation est pris égal à 0.5. Il a été vérifié que la valeur initiale de la viscosité dynamique, μ^0 , n'a pas d'influence sur le résultat du calcul. On adoptera dans la suite une viscosité cinématique initiale égale à $10^3 m^2.s^{-1}$.

La prise en compte des termes convectifs dans les équations (2.1) et (2.8) et les dépendances en température et en vitesse des propriétés du matériau entraînent des non-linéarités au sein du problème thermomécanique et une non-symétrie de la matrice de rigidité. Un schéma de type SUPG est donc adopté.

La non-linéarité induite par le terme $\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ dans l'équation (2.1) est aussi traitée par une méthode de point fixe que l'on expose maintenant. En combinant les équations (2.1) et (2.2), on obtient l'équation

$$\begin{cases} \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \text{div}(\mu(\bar{d}, T)(\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v})) \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{cases}$$

dont le schéma de résolution par point fixe est le suivant [Fortin et Glowinski, 1982] :

1. \mathbf{v}^0 est donnée arbitrairement
2. pour $n \geq 0$, \mathbf{v}^n connue, $\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}$ et p^{n+1} sont déterminées par la résolution du système :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{v}^n \cdot \nabla \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} = -\nabla p^{n+1} + \text{div}(\mu(\bar{d}^n, T)(\nabla \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} + {}^t \nabla \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}})) \\ \text{div } \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} = 0 \\ + \text{conditions aux limites écrites sur } \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} \end{cases}$$

3. on détermine \mathbf{v}^{n+1} par : $\mathbf{v}^{n+1} = \omega \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} + (1 - \omega) \mathbf{v}^n$
4. retour à l'étape 2 en cas de non-convergence

Dans cet algorithme, on remarque que le système d'équations à résoudre est linéaire en $\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}$ et p^{n+1} , bien que non-symétrique. Le paramètre ω est un paramètre de sous-relaxation permettant une meilleure convergence de l'algorithme. Il est pris égal à 0.5. Les méthodes d'inversion disponibles sous Castem pour de tels systèmes sont les suivantes : directe (factorisation LU) ou itératives (bi-Gradient Conjugué Stabilisé et GMRES). [van der Vorst, 2004] détaille chacune de ces méthodes d'inversion de système. Pour le calcul, nous avons adopté une inversion directe par factorisation LU.

Le test de convergence des champs de température, vitesse et pression est basé sur le calcul de l'erreur suivante, exprimée pour un champ ϕ quelconque : $\mathcal{E}_{i+1}(\phi) = \frac{|\phi_{i+1} - \phi_i|}{\max \phi_{i+1}}$. Une erreur maximale de 10^{-3} est exigée pour la convergence.

2.3 Deuxième étape : détermination de l'état mécanique résiduel

L'objectif de la deuxième étape du modèle est de calculer l'état résiduel mécanique d'un assemblage soudé (distorsions, déformations et contraintes résiduelles). Pour cela, le champ de température et l'écoulement de matière calculés précédemment sont utilisés. En outre, il est nécessaire de prendre en compte les modifications métallurgiques ; c'est pourquoi, un modèle métallurgique a été adopté ; il est présenté dans la section 2.3.1. Ensuite, le modèle mécanique est exposé lors de la section 2.3.2. Enfin, l'implémentation de ces deux modèles est décrite dans la section 2.3.4 après en avoir récapitulé les principales équations à la section 2.3.3.

2.3.1 Modélisation des évolutions métallurgiques

Lors de l'étude bibliographique, les évolutions métallurgiques au sein des alliages d'aluminium à durcissement structural ont été exposées. Pour ces alliages, l'influence de la métallurgie sur le comportement macroscopique est fournie par l'état des précipités durcissants. Les principales évolutions connues par ces précipités lors du soudage sont rappelées dans ce qui suit. Précisons que ces évolutions dépendent fortement de l'état de maturation initial de l'alliage étudié :

- poursuite de la maturation caractérisée par un grossissement et une coalescence des précipités ;
- dissolution complète ou non (en fonction de la température maximale atteinte) ;
- vieillissement naturel caractérisé par une formation de zones de Guinier-Preston.

Deux modèles ont aussi été présentés. Le premier (cf. section 1.4.2.3.1) modélise la dissolution des précipités durcissants dans un alliage d'aluminium à durcissement structural initialement à l'état de maturation optimal. Le second (cf. section 1.4.2.3.2) est plus complexe et traite les phénomènes de germination, croissance et coalescence de ces précipités.

Le but du modèle de friction stir welding développé est de prendre en compte l'influence de ces évolutions métallurgiques sur le comportement mécanique macroscopique sans prétendre fournir une description fine de ces évolutions. C'est pourquoi, le choix du modèle développé dans [Myhr et Grong, 1991] a été adopté car il présente les avantages de décrire correctement le phénomène de dissolution, d'être simple à implémenter et d'être reconnu et largement utilisé dans les modélisations de soudage d'alliages d'aluminium.

Le modèle métallurgique adopté consiste à déterminer la fraction de précipités dissous X_d pendant un cycle thermique par la relation suivante :

$$X_d = \left(\int_0^t \frac{dt}{t^*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{où} \quad t^* = t_r^* \exp \left[\frac{Q_{eff}}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \right] \quad (2.12)$$

Cette expression fait apparaître plusieurs paramètres :

- t_r^* : durée de la dissolution complète des précipités à la température T_r fixée. Ce paramètre est obtenu en réalisant des essais isothermes.
- Q_{eff} : énergie d'activation du mécanisme de diffusion du précipité dans la matrice. Ce paramètre est obtenu en traçant la quantité $\ln(X_d)$ en fonction de $\ln\left(\frac{t}{t^*}\right)$ pour plusieurs essais isothermes. Puis, sa valeur est alors déterminée de façon à ce que les différentes courbes se confondent pour former la "courbe maîtresse" [Shercliff *et al.*, 2005].

La dépendance du comportement macroscopique avec la métallurgie est supposée n'intervenir qu'au niveau de la limite d'élasticité et non sur d'autres paramètres tels que le module de Young et le coefficient d'écrouissage. La fraction de précipités dissous est reliée à la limite d'élasticité de l'alliage par la relation suivante :

$$\sigma_y(X_d) = \sigma_y^{min} + (\sigma_y^{max} - \sigma_y^{min})(1 - X_d) \quad (2.13)$$

où σ_y^{max} correspond à la limite d'élasticité maximale, c'est-à-dire obtenue pour un état de maturation optimal T6 et σ_y^{min} correspond à la limite d'élasticité lorsque l'ensemble des précipités est passé en solution solide. Ces expressions sont obtenues en supposant la contribution au durcissement linéaire en fonction de la fraction de précipités dissous [Myhr et Grong, 1991].

2.3.2 Modélisation mécanique

Le modèle mécanique stationnaire est présenté dans cette section. Il est basé sur l'équation de conservation de quantité de mouvement (2.1) complétée par une loi de comportement appropriée et un ensemble de conditions aux limites. La section 2.3.2.1 est consacrée à la présentation de différentes lois de comportement dont l'identification des paramètres est discutée dans la section 2.3.2.2. Enfin, les conditions aux limites sont exposées dans la section 2.3.2.3.

2.3.2.1 Écriture de la loi de comportement

Comme précisé précédemment, le comportement adopté doit permettre de considérer à la fois les aspects visqueux autour de l'outil mais aussi les zones plus éloignées où le comportement mécanique est de type élastoplastique voire élastique. Dans ce qui suit, trois lois de comportement sont présentées de la plus simple à la plus complexe. Les deux premières sont rapidement rappelées et la troisième sera décrite plus amplement :

- comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire ;
- comportement élastoviscoplastique de Chaboche à écrouissage cinématique linéaire ;
- comportement élastoviscoplastique dit “bicouche”.

Chacun de ces comportements est écrit dans le cadre des petites déformations ce qui permet de partitionner les déformations entre partie réversible $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et partie irréversible $\boldsymbol{\varepsilon}^p$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$$

Introduire le phénomène de plasticité dans une loi de comportement nécessite la définition d'un domaine d'élasticité. Pour cela, la fonction critère de von Mises est utilisée :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = \sqrt{3J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})} - \sigma_y = \sigma_{eq} - \sigma_y$$

où

$$\begin{cases} J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) = \frac{1}{2} \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) : \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) \\ \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) : \text{dev}(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})} \end{cases}$$

\mathbf{X} représente la force thermodynamique associée à la variable d'état $\boldsymbol{\alpha}$ décrivant l'évolution de l'écrouissage cinématique linéaire. Le domaine d'élasticité est alors défini comme l'ensemble des états de contraintes vérifiant $f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) \leq 0$.

Loi de comportement élastoplastique

Le comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \text{comportement élastique : } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p - \alpha \Delta T \mathbf{1}) \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\begin{cases} \text{écrouissage cinématique linéaire : } \mathbf{X} = \frac{2}{3} C \boldsymbol{\alpha} \\ \text{loi d'écoulement normal : } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \text{ et } \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \\ \text{conditions de cohérence : } \lambda \geq 0, f \leq 0 \text{ et } \lambda f = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

où C représente le module d'écrouissage cinématique, α le coefficient de dilatation thermique et $\Delta T = T - T_0$ avec T_0 la température initiale.

Loi de comportement élastoviscoplastique de Chaboche

Le comportement élastoviscoplastique de Chaboche à écrouissage cinématique linéaire, dont le modèle rhéologique est représenté sur la figure 2.10, est donné par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{comportement élastique : } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p - \alpha \Delta T \mathbf{1}) \\ \text{écrouissage cinématique linéaire : } \mathbf{X} = \frac{2}{3} C \alpha \end{array} \right. \quad (2.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{potentiel de dissipation viscoplastique : } \Omega(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}) = \frac{\eta}{n+1} \left\langle \frac{f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X})}{\eta} \right\rangle^{n+1} \\ \text{loi d'écoulement normal : } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \text{ et } \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{X}} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

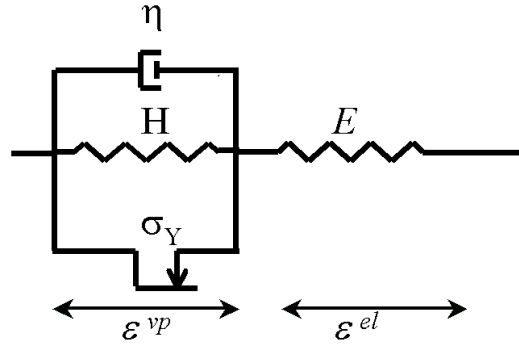


FIG. 2.10 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique de Chaboche.

Pour les deux comportements ci-dessus, les équations (2.14) et (2.16) correspondent à l'expression des lois d'état écrites à partir de l'énergie libre alors que les équations (2.15) et (2.17) correspondent aux lois complémentaires obtenues en appliquant la règle de normalité. Elles fournissent la vitesse d'évolution des variables internes ($\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, -\dot{\boldsymbol{\alpha}}$) en fonction de leurs variables forces associées ($\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}$).

Concernant le comportement élastoplastique, les lois complémentaires (2.15) auraient pu être écrites à partir d'un potentiel de dissipation comme pour les équations (2.17). Pour cela, il aurait été nécessaire d'introduire le potentiel de dissipation plastique égal à la fonction indicatrice du domaine d'élasticité. Cependant, la notation n'en aurait été que plus alourdie.

Pour ces deux comportements, la dissipation intrinsèque introduite par l'équation (2.7) vaut

$$\phi = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \mathbf{X} : \dot{\boldsymbol{\alpha}}$$

Étant donné la fonction critère f considérée, on peut facilement montrer l'égalité entre $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ et $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ pour ces deux comportements.

Chacun de ces deux comportements présente des limites. Le comportement élastoplastique ne rend pas compte des effets visqueux à hautes températures. En effet, il est classiquement admis que ces effets visqueux apparaissent lorsque les températures sont supérieures à une température estimée aux deux tiers de la température de fusion du métal. L'inconvénient d'un comportement élastoviscoplastique de Chaboche réside à basses températures où l'on désire avoir un

comportement élastoplastique. Or, à basses températures, la viscosité devenant importante, les déformations irréversibles ϵ^P seront de nature visqueuses.

Loi de comportement élastoviscoplastique dit bicouche

Face à cela, la réflexion s'est portée vers une loi de comportement permettant de prendre en compte les deux aspects mentionnés ci-dessus. Pour cela, on se base sur les travaux de [Kitchenin, 1992; Charkaluk, 1999; Constantinescu *et al.*, 2004] qui ont utilisé un comportement élastoviscoplastique dit "bicouche" pour la modélisation du comportement du polyéthylène et de la fonte sur des grandes gammes de températures où les phénomènes visqueux et plastiques interviennent simultanément. Notons qu'aucune application de cette loi de comportement à des alliages d'aluminium n'est connue. Le modèle rhéologique de cette loi est représenté sur la figure 2.11.

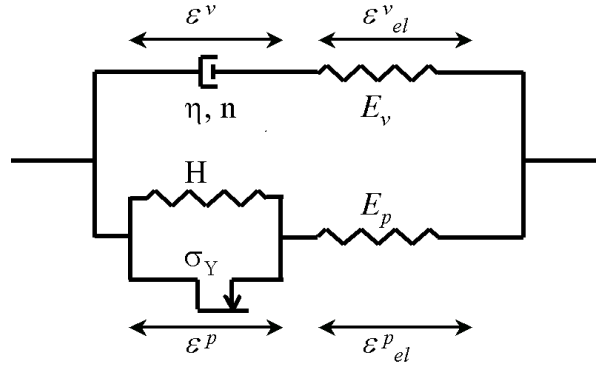


FIG. 2.11 : Modèle rhéologique du comportement élastoviscoplastique dit "bicouche".

Avec ce comportement, il est possible de distinguer les effets plastiques des effets visqueux :

- À hautes températures, la branche élastoplastique peut être calibrée de sorte que son influence soit faible. Pour cela, il est nécessaire d'intervenir sur la valeur du coefficient d'écrouissage et du module d'élasticité E_p .
- À faibles températures, les effets visqueux et la branche viscoélastique sont négligeables contrairement au comportement élastoviscoplastique de Chaboche car la viscosité est élevée. Le temps caractéristique de ces effets visqueux est très important à faibles températures, d'autant plus que la branche élastoplastique réagit instantanément.

Au final, ce comportement consiste d'un point de vue rhéologique à placer les phénomènes visqueux et les phénomènes plastiques en parallèle. En considérant l'influence de la température sur les paramètres, on retrouve les tendances recherchées, à savoir une plasticité dominante à faibles températures et une viscosité dominante à températures élevées.

La particularité d'un tel comportement est de pouvoir écrire les déformations totales de deux manières différentes :

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_{el}^v + \epsilon^v \\ \epsilon = \epsilon_{el}^P + \epsilon^P \end{cases}$$

On note σ^P , resp. σ^v , le tenseur de contraintes dans la branche élastoplastique, resp. viscoélastique. De même, on note L^P , resp. L^v , le tenseur d'élasticité dans la branche élastoplastique, resp. viscoélastique. En désignant par σ le tenseur des contraintes totales dans la structure et L le tenseur global d'élasticité, on a alors :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^p + \boldsymbol{\sigma}^v \text{ et } \mathbf{L} = \mathbf{L}^p + \mathbf{L}^v$$

Pour un tel comportement, les variables d'état sont $(\boldsymbol{\varepsilon}_{el}^p, \boldsymbol{\varepsilon}_{el}^v, \boldsymbol{\alpha})$, leurs variables associées sont alors $(\boldsymbol{\sigma}^p, \boldsymbol{\sigma}^v, \mathbf{X})$. Les variables internes sont $(\boldsymbol{\varepsilon}^p, \boldsymbol{\varepsilon}^v, -\boldsymbol{\alpha})$ et leurs variables forces associées sont $(\boldsymbol{\sigma}^p, \boldsymbol{\sigma}^v, \mathbf{X})$.

En adoptant le même type de raisonnement pour chacune des deux branches du modèle, on déduit les équations permettant de définir la loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche" :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{comportement élastique dans la branche élastoplastique : } \boldsymbol{\sigma}^p = \mathbf{L}^p : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p - \alpha \Delta T \mathbf{1}) \\ \text{comportement élastique dans la branche viscoélastique : } \boldsymbol{\sigma}^v = \mathbf{L}^v : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^v - \alpha \Delta T \mathbf{1}) \\ \text{écrouissage cinématique linéaire : } \mathbf{X} = \frac{2}{3} C \boldsymbol{\alpha} \\ \text{potentiel de dissipation visqueux : } \Omega(\boldsymbol{\sigma}^v) = \frac{\eta}{n+1} \left(\frac{\sigma_{eq}^v}{\eta} \right)^{n+1} \end{array} \right. \quad (2.18)$$

$$\text{loi d'écoulement normal : } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}^p} \text{ et } \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \text{ et } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v = \frac{\partial \Omega}{\partial \boldsymbol{\sigma}^v} \quad (2.19)$$

$$\text{conditions de cohérence : } \lambda \geq 0, f \leq 0 \text{ et } \lambda f = 0 \quad (2.20)$$

Pour la branche viscoélastique, le potentiel de dissipation adopté (2.18) correspond à un comportement visqueux de Norton-Hoff où $\sigma_{eq}^v = \sqrt{\frac{3}{2} \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}^v) : \text{dev}(\boldsymbol{\sigma}^v)}$.

Pour un tel comportement, la dissipation intrinsèque prend alors la forme suivante :

$$\phi = \boldsymbol{\sigma}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \mathbf{X} : \dot{\boldsymbol{\alpha}} + \boldsymbol{\sigma}^v : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v$$

En notant \mathbf{s}^p , resp. \mathbf{s}^v , le déviateur de $\boldsymbol{\sigma}^p$, resp. $\boldsymbol{\sigma}^v$, et en remarquant que $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}^p} = -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{s}^p - \mathbf{X}}{\|\mathbf{s}^p - \mathbf{X}\|}$, les lois complémentaires (2.19) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \lambda \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{s}^p - \mathbf{X}}{\|\mathbf{s}^p - \mathbf{X}\|} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\sigma_{eq}^v}{\eta} \right)^n \frac{\mathbf{s}^v}{\|\mathbf{s}^v\|} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

où la notation $\|\cdot\|$ correspond à une norme liée au produit doublement contracté : $\|\boldsymbol{\sigma}\| = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma}}$.

2.3.2.2 Identification des paramètres de la loi de comportement

Loi de comportement élastoplastique

La loi de comportement élastoplastique nécessite la connaissance des paramètres suivants pour différentes températures :

- module de Young E et coefficient de Poisson ν (définissant le tenseur d'élasticité isotrope \mathbf{L});
- coefficient de dilatation thermique α ;
- limite d'élasticité σ_y ;

- coefficient d'écrouissage C .

Ces paramètres peuvent être obtenus à partir d'essais classiques de traction et compression uniaxiaux effectués à différentes températures. Cependant, plusieurs ouvrages donnent ces valeurs pour divers alliages d'aluminium. Dans la suite de ce travail, on se basera donc sur l'ouvrage suivant pour la détermination de ces différents paramètres : [Kaufman, 1999].

Loi de comportement élastoviscoplastique de Chaboche

La loi de comportement élastoviscoplastique de Chaboche nécessite la connaissance des paramètres suivants pour différentes températures :

- module de Young E et coefficient de Poisson ν (définissant le tenseur d'élasticité isotrope \mathbf{L}) ;
- coefficient de dilatation thermique α ;
- limite d'élasticité σ_y ;
- termes relatifs à la viscosité η et n ;
- coefficient d'écrouissage C .

Pour cette loi, les paramètres cherchés sont difficilement accessibles dans la littérature d'autant plus qu'il est nécessaire de connaître ces paramètres en fonction de la température étant donné la large gamme de températures mise en jeu lors du soudage par friction et malaxage.

C'est pourquoi, nous avons fixé les paramètres de cette loi comme suit. La valeur des coefficients d'élasticité, d'écrouissage et la limite d'élasticité sont identiques aux valeurs adoptées pour un comportement élastoplastique. Ce choix peut paraître abusif mais il permet d'avoir une première approximation des paramètres de cette loi de comportement en l'absence de données expérimentales. Concernant les termes relatifs à la viscosité, nous choisissons de prendre :

1. $n = 1$. Ce choix s'explique par le fait de considérer une relation linéaire entre vitesse de déformation et contraintes, comme c'est le cas pour le comportement visqueux utilisé lors de la première partie du modèle.
2. $\eta = 3\mu$ où μ est la viscosité obtenue lors de la première étape du modèle et donnée par l'équation (2.2). Le facteur 3 permet d'obtenir des termes visqueux équivalents entre les relations (2.2) et (2.22).

Loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche"

La loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche" nécessite la connaissance des paramètres suivants pour différentes températures :

- module de Young E^p et coefficient de Poisson ν^p (définissant le tenseur d'élasticité isotrope \mathbf{L}^p) ;
- module de Young E^v et coefficient de Poisson ν^v (définissant le tenseur d'élasticité isotrope \mathbf{L}^v) ;
- coefficient de dilatation thermique α ;
- limite d'élasticité σ_y ;
- termes relatifs à la viscosité η et n ;
- coefficient d'écrouissage C .

Dans [Charkaluk, 1999], une méthode d'identification des paramètres de la loi "bicouche" est présentée à partir d'essais de traction-relaxation-recouvrance. De manière générale, la phase de traction des essais permet d'avoir accès au module de Young global E (égal à $E_p + E_v$) et au coefficient d'écrouissage C en fonction de la température. Les coefficients de Poisson et les coefficients de dilatation thermique sont choisis constants à partir des données issues des tables de la littérature. Il reste alors à déterminer les limites d'élasticité ainsi que les deux termes

correspondant aux phénomènes visqueux. Ces paramètres sont déterminés à partir des phases de relaxation et recouvrance des essais en se basant sur une méthode d'optimisation. Dans la pratique, cette méthode présente quelques difficultés causées par la présence d'une vallée de minima pour la fonction coût. Il est difficile de reproduire l'ensemble des phases de l'essai avec une précision équivalente pour chacune des phases.

Dans la suite, ne disposant pas de données expérimentales, nous nous sommes basés sur les considérations suivantes pour déterminer l'ensemble de ces paramètres.

1. Tout d'abord, nous choisissons de prendre n égal à 1 pour la même raison que celle évoquée précédemment pour le comportement élastoviscoplastique de Chaboche.
2. L'idée suivante consiste à prendre en compte l'influence de la température sur les différents paramètres à déterminer :
 - plus la température est élevée, plus la limite d'élasticité est faible ;
 - plus la température est élevée, plus le coefficient d'écrouissage est faible (voire quasi-nul, ce qui correspond alors à un comportement parfaitement plastique) ;
 - plus la température est élevée, plus le module de Young est faible ;
 - plus la température est faible, plus la viscosité est élevée (voire infinie).
3. La viscosité donnée par l'équation (2.2) répond à l'exigence ci-dessus et les résultats de la première étape du calcul nous donne accès en chacun des points des plaques à sa valeur numérique. De plus, à hautes températures, le modèle de comportement adopté devra correspondre à un comportement visqueux. Ainsi, pour rester cohérent avec la première partie du modèle, nous choisissons d'utiliser la viscosité calculée lors du premier calcul. De plus, comme mentionné précédemment, les termes de viscosité η et μ sont reliés par la relation suivante : $\eta = 3\mu$.

En ce qui concerne le comportement dit "bicouche", il est logique de considérer les mêmes valeurs que pour le comportement élastoplastique pour la limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage. Il reste à déterminer les coefficients d'élasticité notés E_p et E_v sur la figure 2.11. Pour cela, nous remarquons au préalable que la somme de ces deux coefficients correspond au coefficient d'élasticité global du modèle, noté E dans la suite. Ce coefficient global est donné par la littérature. Les valeurs de E_p et E_v sont alors déterminées en fonction des températures de manière à donner une plus grande influence à la branche élastoplastique pour les faibles températures et à la branche viscoélastique pour les températures élevées. Pour cela, on définit le coefficient suivant compris entre 0 et 1 : $\frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$ où T est le champ de température donné par le premier calcul, T_{min} est la plus basse température et T_{max} la plus élevée. Les paramètres E_p et E_v sont alors donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} E_v = \frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} E \\ E_p = \left(1 - \frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}\right) E \end{cases}$$

2.3.2.3 Conditions aux limites

- Deux types de conditions aux limites doivent être prises en compte dans le modèle mécanique :
- celles concernant le contact entre l'outil et la matière ;
 - celles correspondant au bridage des plaques sur le support.

Contact outil-matière

Un effort est appliqué sur la surface de contact entre l'outil et la matière. Il comprend deux composantes : une composante tangentielle (cisaillement) et une composante normale (pression).

Concernant la composante normale, l'effort de plongée est appliqué de la même manière que lors de la première étape, c'est-à-dire, sur la surface de contact entre l'épaule et la matière et celle entre la surface inférieure du pion et la matière (cf. figure 2.3).

Concernant le cisaillement $\boldsymbol{\tau}$, il est calculé à partir des résultats de la première étape :

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma}^1 \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}^1 \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}$$

où \mathbf{n} représente le vecteur unitaire normal à la surface de contact et $\boldsymbol{\sigma}^1$ le tenseur de contraintes calculé lors de la première étape à l'aide de la loi de comportement visqueuse fournie par l'équation (2.2).

Bridage des plaques

Le bridage des plaques sur le support se traduit par deux conditions aux limites :

- La première concerne la surface inférieure des plaques. Sur cette surface, la condition suivante sur le déplacement vertical est écrite :

$$u_z \geq 0$$

où l'axe z est la verticale ascendante.

- La deuxième condition correspond à la prise en compte de l'action des mors sur les plaques. Cela est réalisé en imposant un déplacement nul sur deux lignes longitudinales loin de l'outil et situées de part et d'autre de celui-ci.

2.3.3 Récapitulatif du modèle métallo-mécanique

Le tableau 2.2 récapitule l'ensemble des équations, des couplages et des conditions aux limites présentés ci-dessus pour la deuxième phase du modèle.

2.3.4 Implémentation numérique du modèle métallo-mécanique stationnaire

Une des principales hypothèses de notre travail est de modéliser la phase stationnaire du procédé. Pour cela, on a vu que cette hypothèse consiste à travailler dans le repère lié à la translation de l'outil. L'implémentation du modèle métallo-mécanique nécessite donc l'utilisation d'un algorithme de calcul stationnaire capable d'évaluer directement les grandeurs mécaniques sans avoir recours à un calcul d'évolution temporelle. Cet algorithme est présenté dans la section 2.3.4.1, ainsi que son adaptation à la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage.

Ensuite, nous présentons l'implémentation du modèle métallurgique dans la section 2.3.4.2.

La loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche" a été présentée dans la section 2.3.2.1. Une des étapes principales de l'algorithme stationnaire correspond au calcul des grandeurs mécaniques en respectant le comportement adopté. Il est donc nécessaire de détailler l'implémentation numérique de cette loi. Ceci est effectué dans la section 2.3.4.3.

Ce calcul mécanique stationnaire fournit un état de contraintes de la structure bridée. L'objectif final du modèle est d'obtenir l'état mécanique résiduel, c'est-à-dire lorsque l'assemblage soudé est complètement refroidi et débridé. C'est pourquoi, une ultime étape est nécessaire pour calculer cet état résiduel. Celle-ci est détaillée dans la section 2.3.4.4.

Modèle métallurgique :	
Modèle de dissolution	$X_d = \left(\int_0^t \frac{dt}{t^*} \right)^{\frac{1}{2}}$
Conditions initiales	$X_d(t = 0) = 0$
Modèle mécanique stationnaire :	
Équilibre	$div(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \mathbf{0}$
Comportement	$\left\{ \begin{array}{l} \text{élasticité : } \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \alpha \Delta T \mathbf{1}) - (\mathbf{L}^p : \boldsymbol{\varepsilon}^p + \mathbf{L}^v : \boldsymbol{\varepsilon}^v) \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + {}^t \nabla \mathbf{u}) \\ \text{écrouissage : } \mathbf{X} = \frac{2}{3} C \boldsymbol{\alpha} \\ \text{écoulement plastique : } \boldsymbol{\varepsilon}^p = \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \lambda \frac{\mathbf{s}^p - \mathbf{X}}{\ \mathbf{s}^p - \mathbf{X}\ } \\ \text{écoulement visqueux : } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^v = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s}^v}{\eta} \end{array} \right.$
Conditions aux limites	$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma}_I \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_I \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \text{ sur la zone de contact} \\ \text{prise en compte de l'effort de plongée} \\ u_z \geq 0 \text{ sur la surface inférieure} \end{array} \right.$
Influence de la thermique et de la métallurgie sur les paramètres mécaniques :	
Limite d'élasticité	$\sigma_y(T, X_d) = \sigma_y^{min}(T) + (\sigma_y^{max}(T) - \sigma_y^{min}(T)) (1 - X_d)$
Tenseur d'élasticité	$\mathbf{L}(T)$
Coefficient d'écrouissage	$C(T)$

TAB. 2.2 : Récapitulatif du modèle stationnaire métallurgique et mécanique.

2.3.4.1 Présentation de la méthode de calcul stationnaire

L'utilisation d'une méthode de calcul mécanique en régime permanent est nécessaire dès que l'on veut modéliser la phase stationnaire du procédé. Dans cette section, nous présentons les principes généraux de la méthode utilisée. Elle a été établie par [Maitournam, 1989] dans le cas de problèmes thermoélastoviscoplastiques et initiée par [Nguyen et Rahimian, 1981] pour l'étude de propagation de fissure. Dans un second temps, nous détaillons les modifications apportées à cet algorithme initial en vue d'une utilisation pour la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage.

Présentation d'un problème stationnaire

On considère un solide infini selon une direction et soumis à un chargement mécanique animé d'un mouvement uniforme de translation et constant au cours du temps. Le système est repré-

senté sur la figure 2.12. En supposant l'existence d'un régime permanent dans le repère lié au chargement, le problème consiste à déterminer directement l'état mécanique de la structure sous l'hypothèse de transformations infinitésimales.

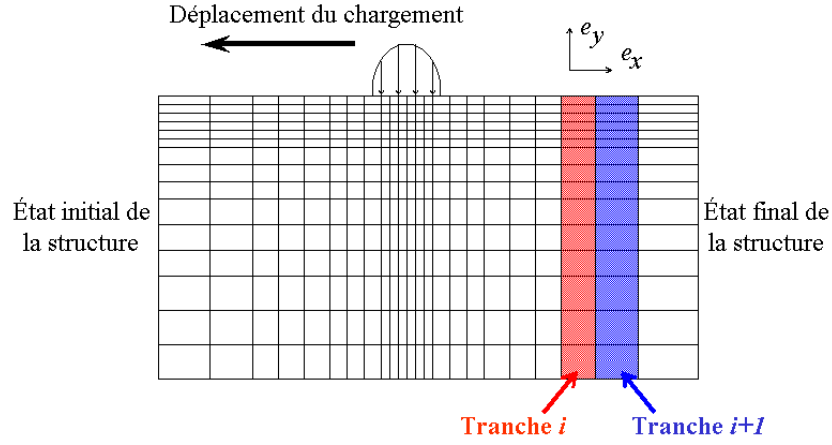


FIG. 2.12 : *Présentation du problème stationnaire : solide soumis à un chargement mécanique constant dans le repère mobile.*

Au lieu de travailler dans un repère fixe lié au solide, on se place dans le repère mobile lié au déplacement de la source. Dans ce nouveau repère, la matière se déplace sous le chargement et l'ensemble des dérivées partielles par rapport à la variable temps sont nulles. Pour toute quantité \mathbf{T} , on a alors la relation :

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{T} \quad (2.23)$$

où \mathbf{v} est la vitesse des particules exprimée dans le repère d'étude. Dans le cadre des transformations infinitésimales, cette vitesse s'écrit $\mathbf{v} = v_{source} \mathbf{e}_x$, où $-\mathbf{e}_x$ est la direction de translation de la source mécanique et v_{source} sa vitesse de translation. La relation (2.23) se transforme alors en

$$\dot{\mathbf{T}} = v_{source} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial x} \quad (2.24)$$

Ainsi, on a transformé un problème d'évolution temporelle en un problème où les grandeurs ne dépendent plus du temps mais sont données par des équations non locales.

Algorithme de résolution d'un problème stationnaire

On étudie maintenant la discrétisation de cette équation et la méthode de calcul développée pour la détermination directe de l'état permanent de la variable \mathbf{T} . Pour cela, on considère un problème élastoplastique dont la vitesse d'évolution des déformations plastiques est donnée par l'équation (2.15) : $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$. La variable \mathbf{T} correspond donc ici aux déformations plastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^p$. De la même façon que l'on a obtenu la relation (2.24) à partir de (2.23), l'équation d'écoulement se transforme en :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = v_{source} \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^p}{\partial x} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.25)$$

Pour résoudre un tel problème, il est nécessaire de discrétiser la géométrie comme indiqué sur la figure 2.12, c'est-à-dire, en suivant les lignes de courant. L'algorithme de résolution est donné par le tableau 2.3. Son but est la détermination d'un champ de déplacement cinématiquement admissible et d'un champ de contrainte statiquement et plastiquement admissible. Dans ce tableau, les indices i et $i + 1$ indiquent une restriction des grandeurs indicées aux tranches i et $i + 1$ représentées sur la figure 2.12. Ces tranches sont orthogonales à la direction de déplacement du chargement en raison de la discrétisation de la géométrie effectuée en suivant les lignes de courant. L'exposant n désigne la valeur du champ à l'itération globale n .

Étape 1 :	Détermination de la réponse purement élastique : ε^E et σ^E .
Étape 2 :	Initialisation $\sigma^{(1)} = \sigma^E$, $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon^E$, $\varepsilon^{p(1)} = \varepsilon_{ini}^p$.
Étape 3 :	Détermination de la réponse purement élastique en tenant compte de déformations plastiques initiales $\varepsilon^{p(n)}$: ε^E et σ^E .
Étape 4 :	Calcul de l'incrément de déformation plastique pour chaque tranche et en commençant par $i = 1$ et $\varepsilon_1^{p(n+1)} = \varepsilon_{ini_1}^p$: $\varepsilon_{i+1}^{p(n+1)} = \varepsilon_i^{p(n+1)} + \lambda \frac{\Delta x}{v_{source}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{i+1}}$ <p>où λ est le multiplicateur plastique (nul si $f(\sigma_{i+1}^E, \varepsilon_{i+1}^{p(n)}) < 0$) et $\Delta x = x_{i+1} - x_i > 0$.</p>
Étape 5 :	Si l'état mécanique obtenu (champ de déplacement et de contrainte) est cinématiquement, statiquement et plastiquement admissible, l'algorithme se termine, sinon on retourne à l'étape 3.

TAB. 2.3 : Algorithme de calcul mécanique en régime permanent.

Dans cet algorithme, seule l'étape 4 se distingue d'un problème élastoplastique à évolution temporelle. En effet, au lieu de résoudre un problème dépendant du temps, les équations sont non locales et ne dépendent plus du temps. La discrétisation spatiale de l'équation (2.25) fournit :

$$\varepsilon_{i+1}^p = \varepsilon_i^p + \lambda \frac{\Delta x}{v_{source}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{i+1}} \quad (\text{où } \Delta x = x_{i+1} - x_i > 0) \quad (2.26)$$

Cette équation s'interprète de la façon suivante. Connaissant la déformation plastique ε_i^p dans la tranche i , le but est de calculer la déformation plastique ε_{i+1}^p dans la tranche $i + 1$. Pour cela, la déformation plastique ε_i^p de la tranche i est transportée sur la tranche $i + 1$ et correspond à un état plastique initial pour cette tranche $i + 1$. De plus, un incrément plastique $\lambda \frac{\Delta x}{v_{source}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{i+1}}$ est ajouté si le critère de plasticité n'est pas respecté pour la tranche $i + 1$.

Pour plus de détails sur la méthode stationnaire, on renvoie aux travaux initiaux de [Maitournam, 1989; Dang Van et Maitournam, 1993]. Les principales caractéristiques d'une telle méthode

de calcul sont les suivantes :

- travaillant dans le repère mobile, seule la région sous la source mécanique doit être maillée finement ;
- un gain de temps est réalisé par rapport aux calculs à évolution temporelle du fait que le régime permanent est directement déterminé ;
- le maillage doit nécessairement respecter les lignes de courant (découpage de la structure en tranches).

Application de la méthode stationnaire à la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage

La méthode de calcul présentée ci-dessus a été exposée dans le cadre où les lignes de courant sont rectilignes. Or, une des particularités du procédé de soudage par friction et malaxage est qu'il existe une zone autour de l'outil où les lignes de courant ne sont pas rectilignes. L'idée retenue est d'utiliser le même schéma de calcul mais de l'adapter à cette région. Dans cette section, on présente donc les modifications entraînées par cette adaptation vis-à-vis de l'algorithme présenté au tableau 2.3.

Dans un premier temps, il est nécessaire de choisir un critère pour déterminer la zone où les lignes de courant ne sont pas rectilignes. Ce critère est basé sur le calcul de l'écart relatif entre la vitesse d'un point matériel et la vitesse de soudage $\mathcal{E}_v = \frac{|\mathbf{v} - v_{\text{soudage}} \mathbf{e}_x|}{v_{\text{soudage}}}$:

- la zone définie par $\mathcal{E}_v < \mathcal{E}_v^{\text{crit}}$ correspond à la région où la matière est suffisamment solide pour que les lignes de courant y soient rectilignes ;
- la zone définie par $\mathcal{E}_v > \mathcal{E}_v^{\text{crit}}$ correspond à la région où les lignes de courant ne sont pas rectilignes, c'est-à-dire, la région autour de l'outil.

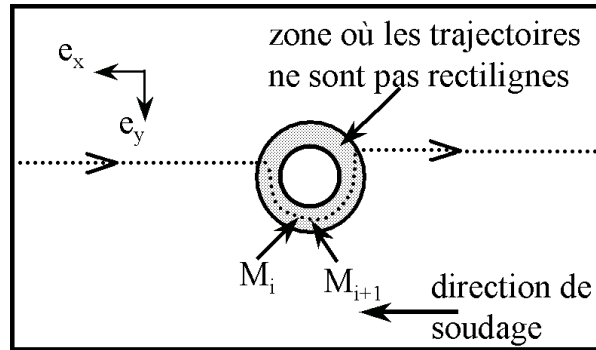


FIG. 2.13 : Distinction de deux zones selon la nature des trajectoires.

Dans la pratique, $\mathcal{E}_v^{\text{crit}}$ est pris égal à 10^{-2} . La figure 2.13 illustre la distinction de ces deux zones.

Pour la zone où les lignes de courant ne sont pas rectilignes, l'étape 4 du tableau 2.3 est modifiée. L'idée choisie consiste à utiliser le même schéma de calcul, mais trajectoire par trajectoire. Ainsi au lieu de considérer le transport de l'état de déformation plastique tranche par tranche, on considère le transport d'un point M_i à un point M_{i+1} situé directement en aval sur la trajectoire issue de M_i . Le transport de la déformation plastique s'effectue donc parallèlement aux lignes de courant. La relation (2.25) s'écrit donc à partir de l'abscisse curviligne s de la ligne de courant :

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}^P &= \mathbf{v} \cdot \nabla \epsilon^P \\ &= v \frac{\partial \epsilon^P}{\partial s} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}\end{aligned}\quad (2.27)$$

où le vecteur \mathbf{v} représente la vitesse du point d'abscisse curviligne s et s'écrit sous la forme $\mathbf{v} = v\mathbf{t}$ avec \mathbf{t} le vecteur tangent à la ligne de courant en s . La discrétisation de l'équation (2.27) permet ensuite d'écrire :

$$\epsilon_{M_{i+1}}^P = \epsilon_{M_i}^P + \lambda \frac{|\mathbf{M}_i \mathbf{M}_{i+1}|}{v_{M_i}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{M_{i+1}}} \quad (2.28)$$

où v_{M_i} est la vitesse au point M_i et $|\mathbf{M}_i \mathbf{M}_{i+1}|$ la distance entre les points M_i et M_{i+1} .

En résumé, la distinction de deux zones impose deux traitements distincts suivant la zone considérée :

- Pour la zone où les trajectoires sont rectilignes, le schéma de calcul est identique à celui présenté au tableau 2.3.
- Pour la zone où les trajectoires ne sont pas rectilignes, l'étape 4 est modifiée à partir de l'équation (2.28). Ainsi, les déformations plastiques ϵ^P sont déterminées le long de chaque trajectoire par le même processus itératif.

2.3.4.2 Implémentation numérique du modèle de dissolution

L'implémentation du modèle métallurgique de dissolution des précipités durcissants est réalisée suivant la même idée, i.e. en calculant l'évolution de la fraction de précipités dissous X_d le long de chaque trajectoire.

Le modèle choisi est basé sur l'équation (2.12). Le calcul en un point M_i de la fraction de précipité dissous est donné par la formule suivante :

$$X_d(M_i) = \left(\sum_{j=0}^{i-1} \frac{|x_{j+1} - x_j|}{v_{outil}} \frac{1}{t^*(M_j)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

où les points M_j forment une trajectoire rectiligne ou non. Le point M_0 est le point le plus en amont sur la trajectoire.

Précisons qu'une autre méthode aurait pu être adoptée pour déterminer la fraction de précipité dissous X_d . Pour cela, la vitesse de dissolution est obtenue à partir de la relation (2.12) :

$$\dot{X}_d = \frac{1}{2t^* X_d} = \frac{1}{2t_r^* X_d} \exp \left(\frac{Q_{eff}}{R} \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (2.29)$$

Une telle méthode a été utilisée par [Sarrazin, 1995; Feulvarch *et al.*, 2005] ; elle consiste à résoudre l'équation (2.29).

2.3.4.3 Implémentation numérique de la loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche"

On détaille dans cette section l'implémentation de la loi de comportement élastoviscoplastique dite "bicouche" présentée dans la section 2.3.2.1. Il s'agit de déterminer l'état de déformations plastiques et visqueuses dans la tranche $i + 1$ connaissant cet état dans la tranche i située juste

en amont. Cette section correspond donc aux étapes 3 et 4 de l'algorithme de résolution d'un problème stationnaire présenté au tableau 2.3.

La détermination d'un champ de déplacement cinématiquement admissible et d'un champ de contrainte statiquement et plastiquement admissible est réalisée par un algorithme classique de retour radial [Simo, 1998]. Il consiste à corriger une prédiction purement élastique jusqu'à convergence de la solution. L'algorithme de calcul adapté à la loi de comportement dite "bicouche" se divise en trois étapes :

1. Calcul d'une solution purement élastique statiquement et cinématiquement admissible

Un champ de déplacement test \mathbf{u}^E purement élastique est tout d'abord déterminé à partir d'un état de déformation initiale. Ce champ est cinématiquement admissible avec les données en déplacement et le champ de contrainte purement élastique associé est statiquement admissible avec les données en effort. On note \mathbf{u}_{i+1}^E sa restriction à la tranche $i+1$ et on définit les quantités suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma}^E = \boldsymbol{\sigma}^{p^E} + \boldsymbol{\sigma}^{v^E} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{p^E} = \mathbf{L}^p : \left(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{i+1}^E) - \alpha \Delta T_{i+1} \mathbf{1} \right) - 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_i^p \\ \boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{v^E} = \mathbf{L}^v : \left(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_{i+1}^E) - \alpha \Delta T_{i+1} \mathbf{1} \right) - 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_i^v \end{cases} \quad (2.30)$$

Il s'agit des contraintes tests dans les branches élastoplastique et viscoélastique dans la tranche $i+1$. Notons que l'incompressibilité des déformations plastiques et visqueuses permet d'écrire $\mathbf{L}^p : \boldsymbol{\varepsilon}_i^p = 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_i^p$ et $\mathbf{L}^v : \boldsymbol{\varepsilon}_i^v = 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_i^v$.

2. Correction plastique

L'état de contrainte doit être plastiquement admissible, i.e. $f\left(\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{p^E}, \frac{2}{3}C\boldsymbol{\varepsilon}_i^p\right) \leq 0$. Dans le cas contraire, une correction plastique doit être réalisée. Elle est effectuée à partir d'une discrétisation implicite de l'équation (2.21) et des conditions de cohérence (2.20) :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}^p = \boldsymbol{\varepsilon}_i^p + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\left\langle f\left(\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{p^E}, \frac{2}{3}C\boldsymbol{\varepsilon}_i^p\right) \right\rangle}{2\mu + \frac{2}{3}C} \frac{\mathbf{s}_{i+1}^{p^E} - \frac{2}{3}C\boldsymbol{\varepsilon}_i^p}{\left\| \mathbf{s}_{i+1}^{p^E} - \frac{2}{3}C\boldsymbol{\varepsilon}_i^p \right\|} \quad (2.31)$$

On rappelle que $\boldsymbol{\varepsilon}_i^p$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}^p$ correspondent respectivement aux déformations plastiques dans la tranche i et $i+1$.

3. Correction visqueuse

Concernant la branche viscoélastique, aucun critère d'admissibilité n'est utilisé. La correction visqueuse est réalisée par la discrétisation de l'équation (2.22) :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}^v = \boldsymbol{\varepsilon}_i^v + \frac{3}{2} \frac{1}{3\mu + \eta \frac{v_{outil}}{\Delta x}} \mathbf{s}_{i+1}^{v^E} \quad (2.32)$$

où $\eta = 3 \mu(\bar{d}, T)$ avec $\mu(\bar{d}, T)$ la viscosité obtenue par la relation de comportement visqueuse (2.2).

L'arrêt de cet algorithme est conditionné par l'obtention d'une solution plastiquement admissible et par la convergence des déformations visqueuses. Pour plus de détails sur cet algorithme, on renvoie aux travaux de [Kichenin, 1992; Charkaluk, 1999; Constantinescu *et al.*, 2004].

2.3.4.4 Détermination de l'état mécanique résiduel d'un assemblage soudé

L'état mécanique résiduel est ensuite calculé à partir des résultats précédents. Les déformations visqueuses étant par nature relaxées au cours du temps, celui-ci est calculé à partir des déformations plastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^P$ présentes dans la branche élastoplastique. Il est défini comme l'état mécanique de l'assemblage après suppression du bridage et refroidissement complet des plaques.

Il est déterminé par la résolution d'un problème élastique sur la structure débridée et refroidie avec un champ de déformation initiale correspondant au champ de déformation plastique obtenu dans la partie "stationnaire" de l'assemblage et étendu à toute la structure. Le problème mécanique résiduel est posé comme suit :

connaissant $\boldsymbol{\varepsilon}^P$ dans Ω , déterminer $\boldsymbol{\varepsilon}^{res}$ tel que

$$\begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}^{res} = 0, \text{ dans } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma}^{res} \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ sur } \partial\Omega \\ \boldsymbol{\sigma}^{res} = \mathbf{L} : (\boldsymbol{\varepsilon}^{res} - \boldsymbol{\varepsilon}^P), \text{ dans } \Omega \end{cases} \quad (2.33)$$

Sa résolution est immédiate et fournit le champ de contraintes résiduelles $\boldsymbol{\sigma}^{res}$ et le champ de déformations résiduelles $\boldsymbol{\varepsilon}^{res}$ dans la structure. On remarque que ce problème est écrit avec un comportement élastique. Or il est possible que les contraintes solutions de ce problème ne respectent pas le critère de plasticité ; autrement dit, le débridage des plaques peut s'accompagner d'une plastification supplémentaire. Ainsi, après ce calcul, il est nécessaire de vérifier l'admissibilité plastique du champ de contraintes résiduelles et si ce n'est pas le cas, le comportement élastique doit être remplacé par un comportement élastoplastique au niveau de la troisième équation de (2.33).

2.4 Conclusions

Le modèle mis en place pour la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage est composé de deux étapes successives :

- La **première étape** consiste à estimer le champ de température et l'écoulement de matière autour de l'outil à partir d'un comportement purement visqueux. Ses principales caractéristiques sont les suivantes :
 1. Le modèle est complètement défini par la connaissance de la valeur de trois coefficients. Le premier est noté α et traduit le glissement introduit sur la surface de contact entre l'outil et la matière. Le deuxième est noté β et correspond à un coefficient de partage ; ce coefficient permet de distinguer la quantité de chaleur se propageant dans la matière de celle se propageant dans l'outil à partir de la connaissance de la quantité de chaleur totale générée par le glissement avec frottement sur la surface de contact. Le troisième coefficient est noté $h_{support}$ et correspond à la valeur du coefficient d'échange sur la surface inférieure des plaques.

2. La principale hypothèse de cette première étape est de ne pas tenir compte de la couche limite de cisaillement au contact de l'outil ; l'interface outil-matière est modélisée comme une surface où la vitesse de la matière est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'outil (condition de glissement). Cette hypothèse se justifie par la méconnaissance des phénomènes physiques survenant à l'interface outil-matière.
 3. Le comportement purement visqueux est donné par une loi de viscosité fonction de la température et du taux de déformation.
 4. Deux sources de chaleur sont modélisées : la source de chaleur surfacique exprime la quantité de chaleur dissipée par le frottement de l'outil sur la matière et la source de chaleur volumique traduit le travail des déformations irréversibles. L'écriture de ces deux sources induit un couplage thermo-mécanique.
- La **deuxième étape** consiste en un calcul mécanique stationnaire basé sur la connaissance des deux champs résultats précédents : champ de température et écoulement de matière autour de l'outil. Elle permet de déterminer l'état résiduel d'un assemblage soudé par friction et malaxage. Ses principales caractéristiques sont les suivantes :
1. Le comportement adopté est un comportement élastoviscoplastique dit "bicouche" dont l'avantage est de tenir compte, non seulement, des mécanismes de plasticité prépondérants aux faibles températures, mais aussi, des mécanismes de viscosité induits par des températures plus élevées.
 2. Les évolutions métallurgiques sont prises en compte par le biais d'un modèle simple, reconnu et adapté au soudage d'alliages d'aluminium à durcissement structural. Le but de ce modèle est de prédire la fraction de précipités durcissants dissous par le fort apport de chaleur. En outre, il permet de prendre en compte l'influence de la métallurgie sur le comportement mécanique par le biais de la limite d'élasticité.
 3. Le champ de température induit des dilatations thermiques et a une influence sur les paramètres du comportement mécanique du matériau.
 4. L'écoulement de matière autour de l'outil permet de suivre l'histoire thermique, métallurgique et mécanique de chaque point matériel.
 5. Le contact outil-matière est modélisé par un effort de cisaillement dont la valeur locale est déterminée par les résultats de la première étape et par un effort de plongée.

Face à l'état de l'art exposé au premier chapitre, ce modèle a l'avantage d'intégrer les trois aspects thermique, métallurgique et mécanique. De plus, il présente la capacité de suivre l'histoire thermique, métallurgique et mécanique de chaque point matériel. Enfin, la géométrie de l'outil considérée inclut un grand nombre de caractéristiques : présence du pion, inclinaison de l'outil, présence de filets sur le pion.

L'inconvénient de ce modèle a été mentionné plus haut : il ne tient pas compte de la couche limite dont la mise en évidence n'est pas simple étant donné sa fine épaisseur et les forts gradients de vitesse entre cette couche limite et la zone environnante. Cependant, comme nous le verrons par la suite, le modèle est capable de fournir des résultats satisfaisants.

Chapitre 3

Simulation numérique du procédé de soudage par friction et malaxage

3.1 Introduction

Le modèle du procédé de soudage par friction et malaxage présenté dans le chapitre précédent possède deux caractéristiques principales :

- Il est composé de deux étapes successives. La première étape permet d’obtenir une estimation du champ de température et de l’écoulement de matière autour de l’outil à partir d’un comportement purement visqueux. La seconde étape utilise ces deux résultats pour évaluer la fraction de précipités durcissants dissous lors du soudage et l’état mécanique résiduel de l’assemblage.
- Trois coefficients doivent être déterminés afin de pouvoir utiliser ce modèle : le coefficient d’échange entre le support et la face inférieure des plaques, un coefficient traduisant le glissement entre l’outil et la matière, un coefficient de partage permettant de quantifier la chaleur se propageant dans les plaques.

Le but de cette section est de présenter les différents résultats qu’un tel modèle peut fournir. Compte tenu des deux caractéristiques précédentes, cette présentation est divisée en trois parties :

1. Dans un premier temps, nous présentons dans la section 3.2 la méthode choisie lors de ce travail pour déterminer les trois coefficients inconnus. Celle-ci est basée sur la mise en place d’une procédure d’optimisation donnant les valeurs de ces paramètres en accord avec des données expérimentales.
2. Dans un second temps, nous présentons les résultats du calcul thermique et du calcul d’écoulement visqueux. Les champs de température et de vitesse dans les plaques sont alors analysés. Puis, l’influence d’un certain nombre de paramètres propres au modèle numérique est étudiée. Ces travaux sont respectivement rapportés dans les sections 3.3, 3.4 et 3.5.
3. Dans un troisième temps, les résultats de la deuxième étape du modèle sont exposés dans les sections 3.6 et 3.7. Il s’agit des évolutions métallurgiques, de leurs influences sur le comportement mécanique ainsi que de l’état résiduel de l’assemblage soudé. L’influence de quelques aspects du modèle est aussi étudiée.

Enfin, avant de conclure, nous exposons dans la section 3.8 l’influence de deux des trois paramètres inconnus du modèle : le coefficient traduisant le glissement à l’interface outil-matière et le coefficient de partage permettant de quantifier la chaleur se propageant dans les plaques.

3.2 Optimisation des paramètres du modèle à partir de données expérimentales

Dans cette section, nous détaillons la démarche adoptée pour la détermination des trois paramètres inconnus du modèle. Pour cela, l'acquisition de données thermiques expérimentales est décrite. Ces données permettent dans un premier temps de déterminer le coefficient d'échange entre le support et la face inférieure des plaques puis dans un second temps le coefficient traduisant le glissement entre l'outil et la matière et le coefficient de partage permettant de quantifier la chaleur se propageant dans les plaques. À la fin de cette section, nous effectuons quelques remarques sur le processus d'optimisation construit.

3.2.1 Mesure du champ thermique par thermographie infrarouge

L'acquisition de données thermiques expérimentales peut généralement s'effectuer de deux manières différentes :

- mesure par thermocouple ;
- mesure par thermographie infrarouge.

Chacune de ces deux techniques possède des avantages et des inconvénients. La thermographie par thermocouple permet d'avoir la température en un point géométrique fixé au coeur de la matière alors que la thermographie infrarouge fournit le champ de température sur la surface externe. Concernant la mesure du champ de température des plaques lors du soudage par friction et malaxage, la thermographie infrarouge permet d'obtenir les températures à la surface des plaques très proche de l'outil, alors qu'il n'est pas possible de placer un thermocouple dans la zone malaxée, c'est-à-dire, proche des sources de chaleur.

En ce qui concerne la mise en place du dispositif expérimental, la mesure par thermocouple nécessite d'instrumenter les plaques afin de placer les thermocouples. La thermographie infrarouge est moins complexe à mettre en œuvre. Un certain nombre de précautions doivent cependant être considérées. La surface filmée doit être enduite de peinture noire afin d'obtenir une émissivité proche de 1.

La technique adoptée pour les mesures du champ thermique consiste en l'utilisation d'une caméra thermique infrarouge. Pour plus de précisions sur les principes de la thermographie infrarouge, on peut se référer à l'annexe C.

Les essais ont été réalisés à l'Institut de Soudure. Il n'a été possible de filmer qu'un seul côté des plaques, "l'advancing side", en raison de l'encombrement des machines principalement due aux mors nécessaires au bridage des plaques. La peinture noire utilisée résiste jusqu'à des températures de 700°C. De plus, les zones environnantes ont été recouvertes de linge blanc humide, pour marquer le contraste de température. Enfin, pour valider l'utilisation et les résultats fournis par la caméra, des comparaisons ont été effectuées "en direct" avec des thermocouples posés sur la surface supérieure des plaques. Les données issues de la caméra et du thermocouple concordaient, validant ainsi la valeur de l'émissivité de 0.95, paramètre de réglage de la caméra.

Le dispositif expérimental est visible sur la figure 3.1.

La configuration de soudage adoptée et l'ensemble des paramètres sont listés ci-dessous :

Caractéristiques de la plaque (une seule plaque a été utilisée, l'outil étant plongée au milieu de la plaque) :

- alliage d'aluminium 7050 état T6 ;
- dimensions : $500 \times 200 \times 10\text{mm}$.

Caractéristiques du procédé :

- vitesse de translation : 100mm.min^{-1} ($\simeq 1.7\text{mm.s}^{-1}$) ;



FIG. 3.1 : Photographie du dispositif expérimental.

- vitesse de rotation : $260tr.min^{-1} (\simeq 27rad.s^{-1})$;
- effort vertical : $25kN$;
- temps de préchauffe : $5s$;
- vitesse de descente : $20mm.min^{-1}$;
- distance de soudage : $\simeq 200mm$.

Caractéristiques de l'outil :

- diamètre de l'épaulement : $30mm$;
- pion conique :
 - diamètre à la base : $12mm$,
 - diamètre final : $6mm$;
- filetage du pion : $1mm.tr^{-1}$ (pas gauche) ;

La figure 3.2 représente la valeur du champ thermique obtenue lors de ces essais. Cette prise de vue a été effectuée, une fois le régime permanent atteint. Sur la figure 3.2, l'outil se déplace de la droite vers la gauche, et un seul côté des plaques est visible pour la raison expliquée ci-dessus : la face supérieure de "l'avancing side". On remarque nettement la traînée laissée par l'outil après son passage. En effet, au niveau de cette zone, la face supérieure des plaques n'est plus recouverte de peinture, faussant ainsi les mesures pour la zone directement derrière l'outil. Ces résultats seront donc exploitables seulement dans la zone où l'outil n'a pas encore malaxé la matière.

La figure 3.4 présente une exploitation de ces données expérimentales. Pour ce faire, six lignes longitudinales situées sur la face supérieure de la plaque ont été considérées comme représenté sur la figure 3.3. L'ensemble des informations concernant la position de ces lignes est donné sur cette figure.

Sur la figure 3.4, chacune des courbes représente la température le long d'une des six lignes représentées sur la figure 3.3. Pour chacune de ces courbes, la droite correspondante n'a pas été précisée car plus la ligne est proche de l'outil, plus la température maximale sur cette ligne est élevée. Il est ainsi facile de distinguer la position de chacune de ces six courbes. La ligne verticale représente la position actuelle de l'outil.

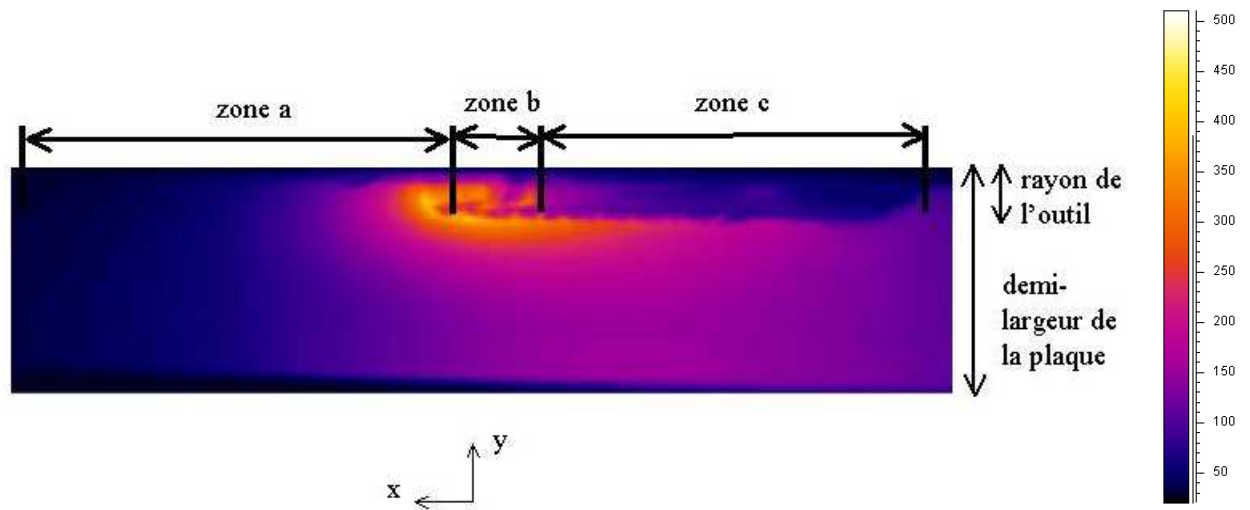


FIG. 3.2 : *Prise de vue de la mesure par thermographie lors de la phase stationnaire du soudage (température en °C). Zone a : zone en amont de l'outil ; zone b : position actuelle de l'outil ; zone c : zone en aval de l'outil.*

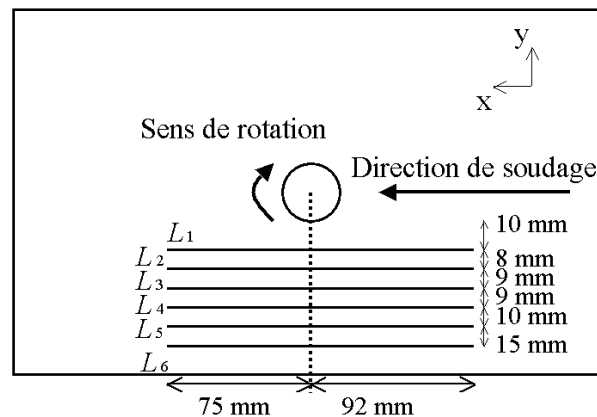


FIG. 3.3 : *Représentation schématique des six lignes utilisées pour l'exploitation de la mesure par thermographie.*

La figure 3.4 met en évidence plusieurs caractéristiques concernant le champ de température lors du soudage par friction et malaxage. Les périodes de chauffe et de refroidissement sont nettement distinctes car la vitesse de chauffe est beaucoup plus importante que la vitesse de refroidissement. On peut aussi remarquer que les températures maximales pour chacune des six courbes se situent après le passage de l'outil. De plus, pour chacune des lignes, les maxima sont atteints après une durée d'autant plus importante que la ligne considérée est éloignée du cordon de soudure.

Ces données expérimentales seront par la suite confrontées aux résultats de la simulation. La description de la première étape du modèle (cf. section 2.2) a fait apparaître trois coefficients dont la valeur numérique n'est pas connue :

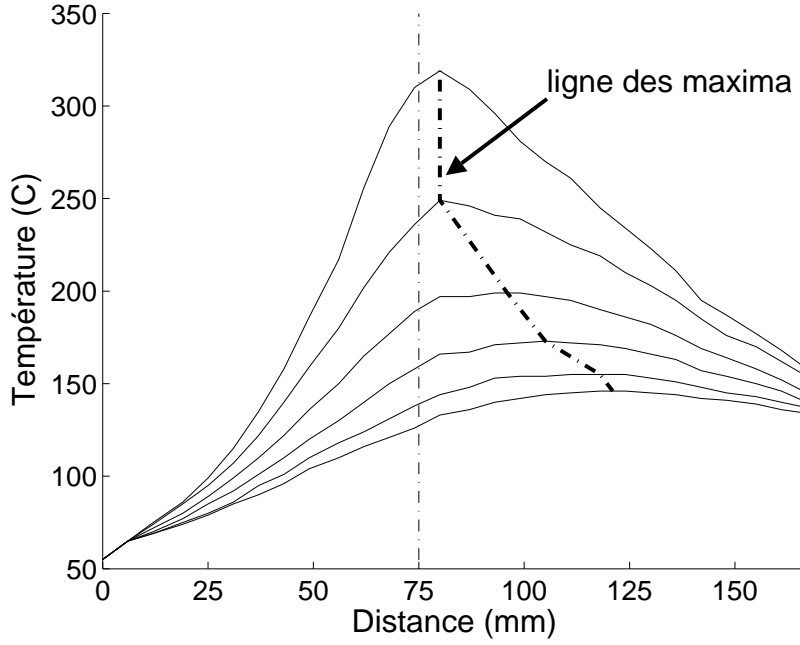


FIG. 3.4 : Température le long des six lignes présentées sur la figure 3.3. La ligne verticale représente la position actuelle de l'outil.

- $h_{support}$, coefficient d'échange entre le support et la face inférieure des plaques ;
 - α , coefficient traduisant le glissement entre l'outil et la matière ;
 - β , coefficient de partage permettant de quantifier la chaleur se propageant dans les plaques.
- Dans la suite, nous présentons le travail effectué pour déterminer ces trois coefficients.

3.2.2 Détermination du coefficient d'échange $h_{support}$

Le coefficient d'échange, noté $h_{support}$ dans l'équation 2.10, permet de quantifier les échanges de chaleur entre les plaques et le support sur lequel elles reposent. Son évaluation est effectuée indépendamment des deux autres coefficients pour deux raisons principales :

- D'une part, ce paramètre $h_{support}$ ne joue pas le même rôle que les deux autres coefficients α et β . Alors que ces deux derniers influent majoritairement sur la génération de chaleur au niveau de l'interface outil-matière et de la zone malaxée, le coefficient d'échange $h_{support}$ intervient au niveau de la dissipation de chaleur sur toute la surface inférieure. Il pilotera donc la valeur de la température dans les zones éloignées de l'outil.
- D'autre part, cela permet d'alléger le processus global de détermination de ces trois coefficients.

Au final, ce coefficient d'échange est fixé arbitrairement de façon à obtenir des températures simulées à l'infini (c'est-à-dire, loin de l'outil) équivalentes aux températures expérimentales. C'est pourquoi, on considérera, dans la suite, la valeur suivante, comparable à celles adoptées dans la littérature :

$$h_{support} = 250 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

3.2.3 Détermination des paramètres α et β

Les deux paramètres α et β sont déterminés à l'aide d'une procédure d'optimisation. Son but est de fournir des valeurs de ces deux paramètres permettant d'obtenir des résultats en accord avec les données expérimentales présentées dans la section 3.2.1. Pour cela, nous avons décidé d'effectuer cette optimisation à partir d'une restriction des résultats expérimentaux à six points proches de l'outil. Ceci se justifie par le rôle prépondérant de ces coefficients sur la valeur de la température à proximité de l'outil. Ces six points sont représentés sur la figure 3.5.

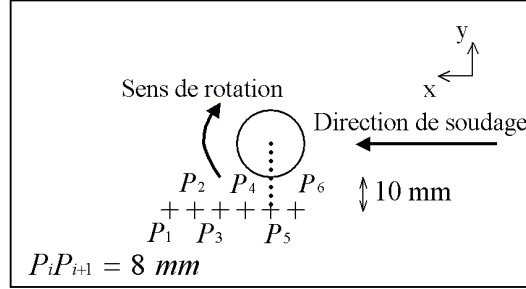


FIG. 3.5 : Représentation schématique des six points utilisées pour la détermination des coefficients α et β .

La température mesurée en ces six points est la suivante :

$$\begin{cases} T_{exp}^1 = 151^\circ C, T_{exp}^2 = 185^\circ C, T_{exp}^3 = 228^\circ C, \\ T_{exp}^4 = 276^\circ C, T_{exp}^5 = 308^\circ C, T_{exp}^6 = 319^\circ C. \end{cases}$$

La fonction coût adoptée pour cette procédure d'optimisation calcule simplement l'écart entre la température expérimentale et la température simulée aux points P_i . Elle est notée $\delta(\alpha, \beta)$ dans la suite. Elle est minimisée sous certaines contraintes, introduites dans les sections 2.2.1.2 et 2.2.2.2. Le problème de minimisation sous contraintes s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{déterminer } \min_{(\alpha, \beta)} \delta(\alpha, \beta) \text{ tel que } \begin{cases} \delta(\alpha, \beta) = \sum_{P_i} |T_{sim}^i(\alpha, \beta) - T_{exp}^i| \\ 0 < \alpha < 1 \\ 0.5 < \beta < 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

où $T_{sim}^i(\alpha, \beta)$ représente la température au point P_i calculée à partir du couple de coefficients (α, β) .

Les logiciels Matlab et Castem sont utilisés pour résoudre ce problème. Castem calcule les champs de température et de vitesse pour un couple de coefficients (α, β) donné alors que Matlab gère la procédure d'optimisation par le biais de la fonction *fmincon* qui s'appuie sur l'algorithme du simplex.

3.2.4 Quelques remarques sur la procédure d'optimisation

Le problème posé est complexe car la fonction à optimiser n'est pas connue explicitement. Son gradient ne peut donc pas aussi être déterminé. Un seul calcul d'optimisation n'est donc pas suffisant pour déterminer le couple optimal de paramètres (α, β) en raison de la présence possible de minima locaux. Pour cela, en parallèle de la procédure d'optimisation, la fonction δ a été estimée pour différentes valeurs de (α, β) : $0.001 < \alpha < 0.3$ et $0.5 < \beta < 0.9$. La surface

$\delta(\alpha, \beta)$ est représentée sous forme de nappe sur la figure 3.6. On voit apparaître une vallée de minima, rendant ainsi le processus d'optimisation encore plus délicat à réaliser et justifiant un travail supplémentaire pour la détermination des paramètres optimaux. La figure 3.6 n'est pas exploitable sous cette forme. Nous avons donc représenté les isovaleurs de la fonction δ sur la figure 3.7.

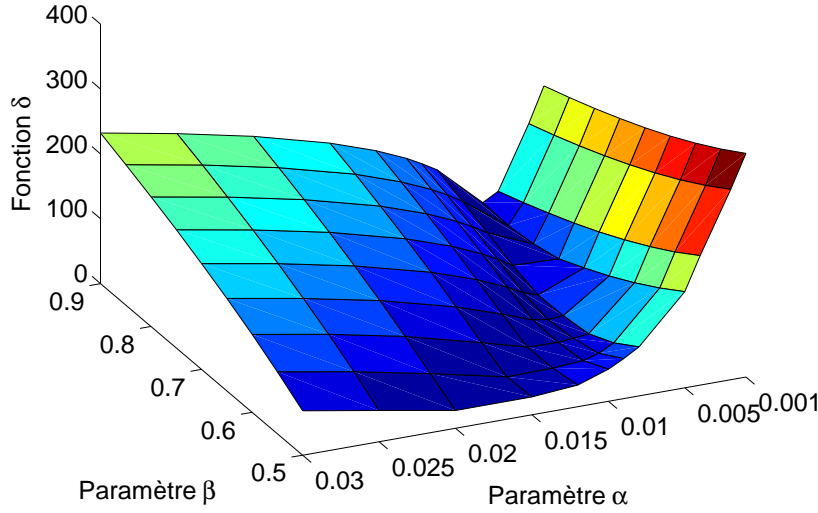


FIG. 3.6 : Représentation de la surface $\delta(\alpha, \beta)$ et de la vallée de minima.

La figure 3.7 montre que la vallée de minima s'étend pour des valeurs de β comprises entre 0.5 et 0.9 et pour des valeurs de α comprises entre 0.005 et 0.02. Il est possible de définir cette vallée comme l'ensemble des couples (α, β) pour lesquels la valeur de la fonction δ est inférieure à 30, ce qui correspond à une erreur moyenne de $5^\circ C$ par points (l'optimisation étant effectuée sur 6 points).

Au sein de cette vallée, on distingue trois zones correspondant à des régions de minima locaux pour lesquelles la valeur de δ est comprise entre 20 et 25 :

- la première autour du point $(\alpha = 0.01, \beta = 0.6)$;
- la seconde, plus étendue que la précédente, autour du point $(\alpha = 0.009, \beta = 0.65)$;
- la troisième pour des valeurs de β supérieures à 0.85 et α égal à 0.005.

La troisième zone n'est pas considérée dans la suite car des valeurs de β supérieures à 0.85 sont difficilement acceptables physiquement. En effet, cela revient à considérer que 85% de la chaleur générée au niveau de l'interface se propage dans les plaques ce qui correspond à un ratio trop important et donc peu réaliste.

La figure 3.7 et la remarque précédente permettent de restreindre la vallée de minima aux valeurs suivantes : $0.008 < \alpha < 0.02$ et $0.5 < \beta < 0.7$. Cependant, parmi les choix restant possibles, il n'existe pas de critère pertinent pour adopter un couple de paramètres optimal. C'est pourquoi, nous choisissons arbitrairement, pour les calculs à venir, de considérer le couple suivant

$$\begin{cases} \alpha = 0.009 \\ \beta = 0.65 \end{cases} \quad (3.2)$$

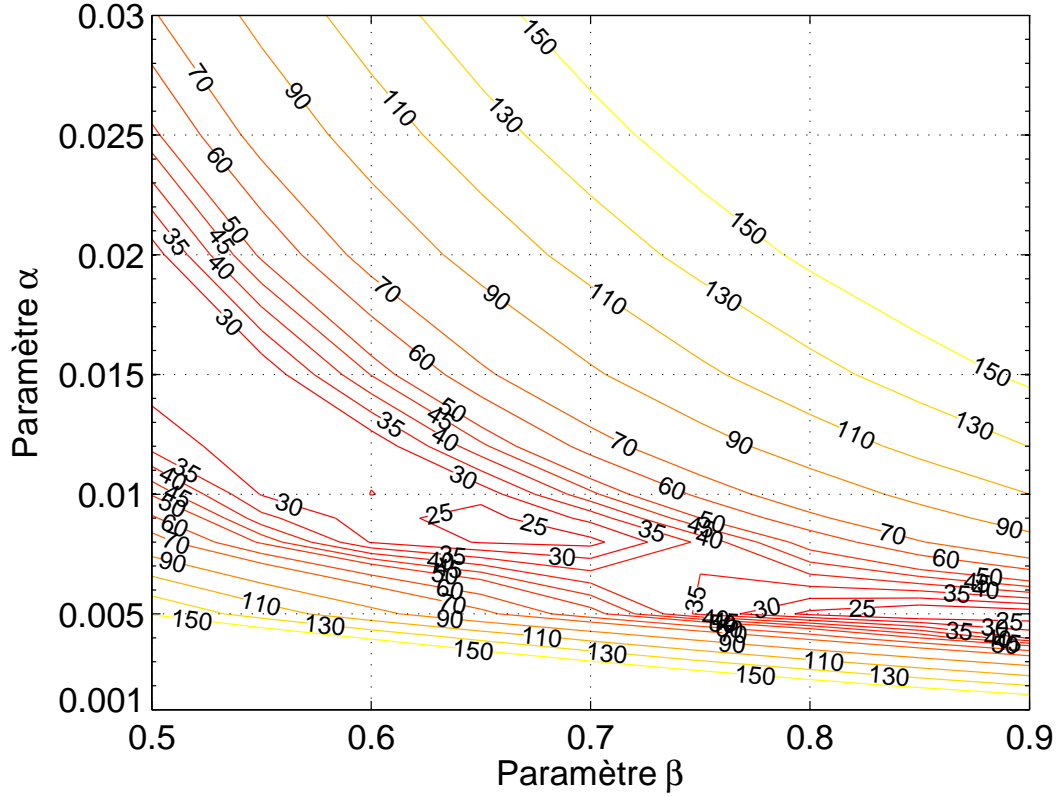


FIG. 3.7 : Représentation des isovaleurs de la fonction $\delta(\alpha, \beta)$.

sachant qu'il faudra, par la suite, étudier la variation des résultats lorsque d'autres couples (α, β) sont considérés au sein de cette vallée de minima. Ce travail sera réalisé lors de la section 3.8.

Afin de valider le processus de détermination des paramètres α et β , une comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales est présentée sur la figure 3.8.

Pour l'ensemble des six droites, on constate une bonne corrélation des résultats. De façon générale, les calculs numériques ont tendance à sous-estimer la valeur du champ thermique en amont de l'outil alors qu'en aval de l'outil, la tendance est inverse.

On peut remarquer que les courbes de la figure 3.8(a) sont très proches car les six points P_i , utilisés pour la définition de la fonction coût δ (cf. figure 3.5), sont situés sur la ligne L_1 . Les courbes 3.8(d) et 3.8(e) présentent le plus grand écart entre températures simulées et données expérimentales. Sur chacune de ces deux lignes, la température maximale simulée vaut respectivement 194°C et 171°C , et la température maximale expérimentale vaut respectivement 173°C et 155°C . Ceci montre que l'erreur relative maximale est de 11% pour la température maximale. Cette valeur est acceptable.

On peut préciser qu'il est possible de diminuer cette erreur entre les températures maximales simulée et expérimentale en considérant un coefficient d'échange h_{support} plus faible que $250\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. Cependant, ceci aurait pour effet d'accélérer le refroidissement des plaques de façon artificielle et donc d'amplifier la tendance des calculs à sous-estimer la température devant l'outil. Des tests auraient aussi pu être effectués en considérant la remarque de la section

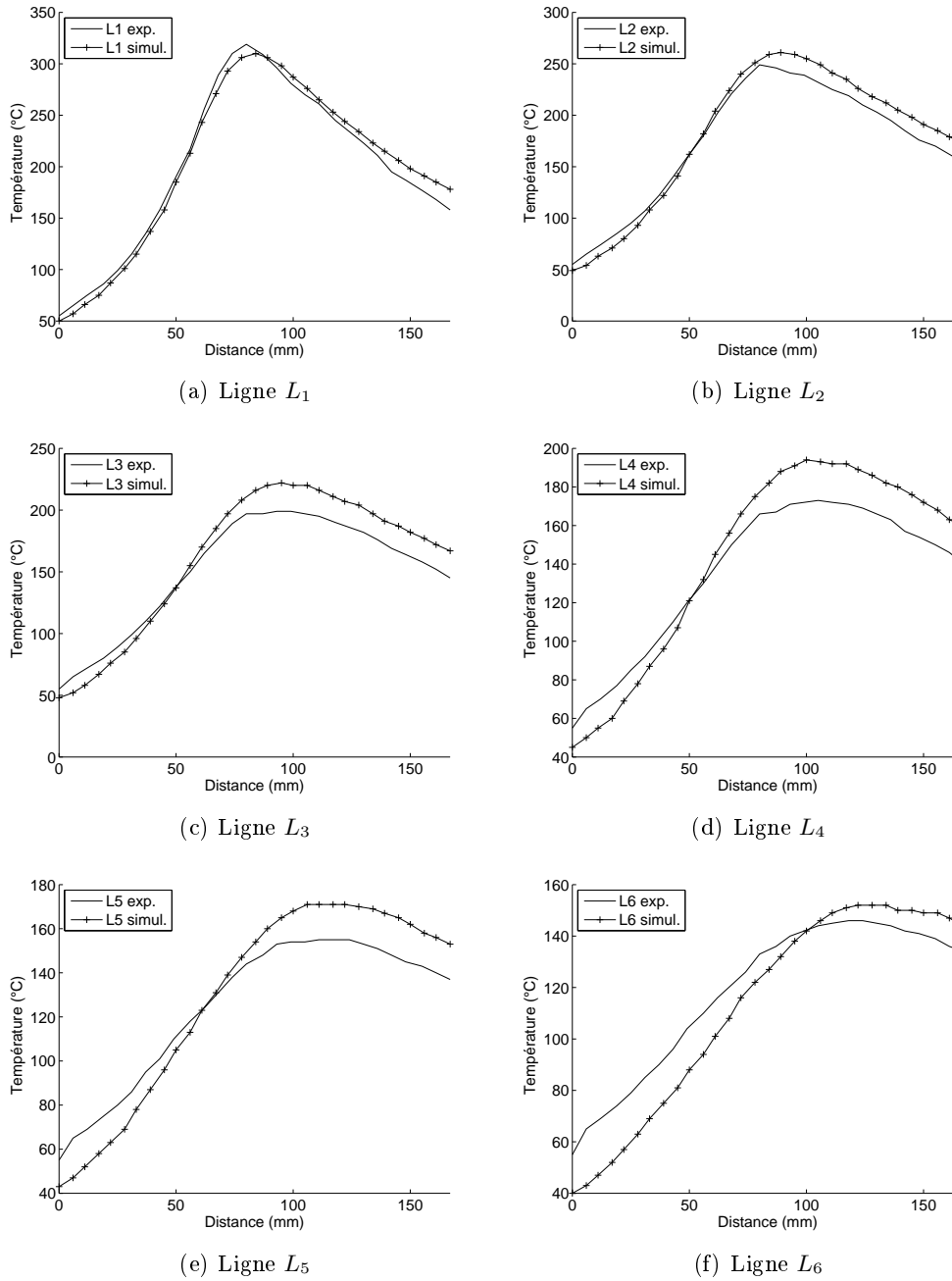


FIG. 3.8 : Comparaison entre les données expérimentales et les valeurs simulées ($\alpha = 0.009$ et $\beta = 0.65$) de la température sur les six lignes longitudinales de la figure 3.3.

2.2.3.2, c'est-à-dire, adopter plusieurs valeurs de coefficients d'échange au niveau de la zone de contact entre les plaques et le support. Cependant, ceci aurait pour conséquence d'introduire des paramètres inconnus supplémentaires.

C'est pourquoi dans la suite, nous considérons les résultats décrits ci-dessus comme une base pour les calculs à venir.

À titre d'information, le tableau 3.1 compare les températures maximales obtenues sur cha-

cune des lignes ainsi que l'abscisse de ces maxima, sachant que l'abscisse nulle correspond à la position de l'outil. On remarque que plus la ligne est éloignée de l'outil, plus la température maximale est atteinte derrière l'outil comme illustré par la figure 3.4.

	Données expérimentales		Données simulées	
	Température maximale (en $^{\circ}C$)	Abscisse du maximum (en mm)	Température maximale (en $^{\circ}C$)	Abscisse du maximum (en mm)
Ligne L_1	319	5	310	9
Ligne L_2	249	5	261	14
Ligne L_3	199	18	222	20
Ligne L_4	173	30	194	25
Ligne L_5	155	43	171	42
Ligne L_6	146	49	152	53

TAB. 3.1 : Comparaison des maxima de température sur chacune des lignes.

3.3 Présentation des résultats thermiques

Dans cette section, l'ensemble des résultats concernant les aspects thermiques du modèle sont présentés puis interprétés. Ces résultats ainsi que ceux présentés dans les sections suivantes ont été obtenus à partir de la configuration de soudage suivante :

Domaine géométrique représentant deux plaques soudées dans une configuration sans recouvrement : $600 \times 200 \times 10mm$

Caractéristiques du procédé :

- vitesse de translation : $100mm.min^{-1}$ ($\simeq 1.7mm.s^{-1}$) ;
- vitesse de rotation : $260tr.min^{-1}$ ($\simeq 27rad.s^{-1}$) ;
- effort vertical : $25kN$;
- position de l'outil : $(200mm, 100mm)$ où la première coordonnée correspond à la direction longitudinale et la seconde à la direction transverse ;
- inclinaison de l'outil par rapport à la verticale : 2° ;
- angle du cône formé par l'épaulement : 7° .

Caractéristiques de l'outil :

- diamètre de l'épaulement : $30mm$;
- diamètre du pion cylindrique : $10mm$;
- hauteur du doigt : $9mm$;
- pas des filets du pion (non maillés) : $1mm.tr^{-1}$.

Ces données sont les mêmes que celles adoptées pour la configuration expérimentale excepté pour la géométrie de l'outil. L'outil adopté pour la simulation est cylindrique et non conique afin de simplifier la construction du maillage.

Le matériau utilisé est un alliage d'aluminium de type 7050-T6. Les données thermiques [Ulysse, 2002] sont présentées au tableau 3.2 et les données mécaniques décrivant le comportement [Sheppard et Jackson, 1997] donné par l'équation (2.2) sont présentées au tableau 3.3.

Enfin, les coefficients décrivant les échanges thermiques par convection (cf. équations (2.10) et (2.11)) ont les valeurs suivantes : $h_{air} = 30W.m^{-2}.K^{-1}$, $T_{air} = 20^{\circ}C$ et $T_{support} = 100^{\circ}C$.

Température ($^{\circ}C$)	23	100	200	300	400	482
Conductibilité thermique ($J.s^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$)	135	166	185	207	222	220
Capacité calorifique ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	866	915	949	1041	1178	1276
Masse volumique ($kg.m^{-3}$)	2800					

TAB. 3.2 : Paramètres thermiques d'un alliage d'aluminium.

$\alpha(MPa^{-1})$	$\ln A$	n	$Q(J.mol^{-1})$
0.0269	22.85	2.86	151500

TAB. 3.3 : Paramètres de l'alliage d'aluminium 7050 pour le comportement de Sellars-Tegart.

3.3.1 Champ de température dans les plaques

La figure 3.9 présente la carte de température dans les plaques lors du régime permanent. L'outil tourne dans le sens anti-horaire, mais sa rotation n'apparaît pas de façon évidente sur cette figure. Au contraire, l'avancée de l'outil (de la droite vers la gauche) est nettement plus visible. Le gradient de température est beaucoup plus élevé devant l'outil qu'en aval où le refroidissement des plaques est piloté par les échanges avec le milieu extérieur.

On remarque aussi l'avantage de ne pas avoir positionné l'outil au milieu du domaine. Il s'agit de pouvoir observer le refroidissement quasi-total des plaques derrière l'outil. En effet, la température des plaques loin derrière l'outil est constante sur les sections transverses et vaut $50^{\circ}C$ ce qui peut être considéré comme un refroidissement quasi-total, dans un environnement à $20^{\circ}C$.

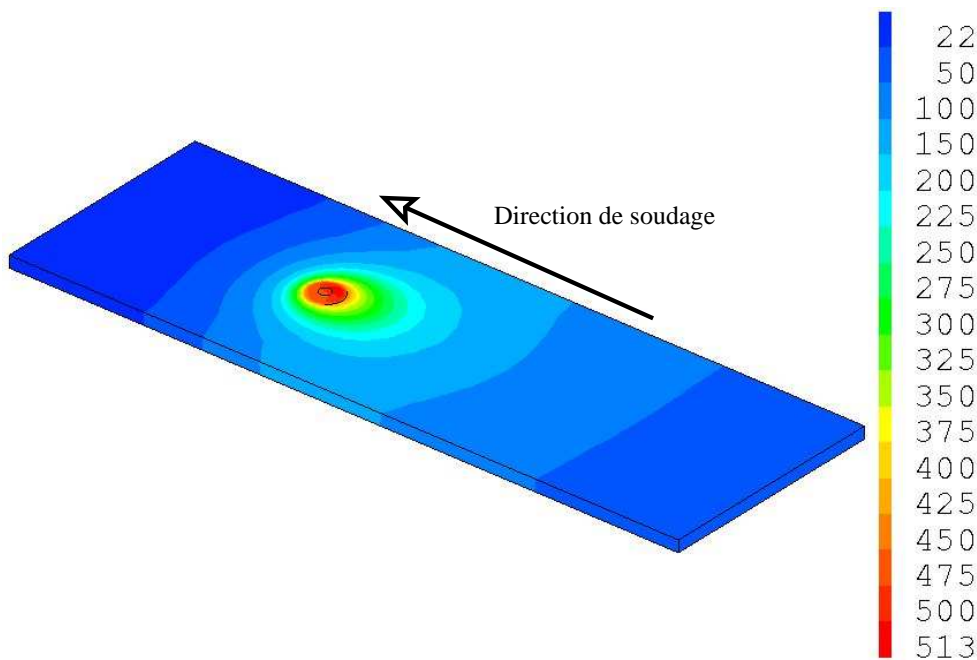


FIG. 3.9 : Température (en $^{\circ}C$) dans les plaques.

La figure 3.10 représente la température au niveau de l'interface outil-matière. L'angle de vue est identique à celui de la figure 3.9, i.e., l'"advancing side" se trouve à droite et la "retreating side" à gauche. On constate que les températures sont plus élevées du côté "advancing side" que de l'autre ; un écart maximal de 30°C est observé. Cette dissymétrie s'estompe rapidement comme le montre la figure 3.9 et les graphes de la figure 3.11. On montre que cette non-symétrie est provoquée par la prise en compte de l'écoulement de matière lors du calcul. En outre, cette non-symétrie n'est pas issue des sources de chaleur car, d'une part, la source de chaleur surfacique est symétrique et, d'autre part, un calcul effectué sans considérer la source de chaleur volumique présente aussi cette non-symétrie.

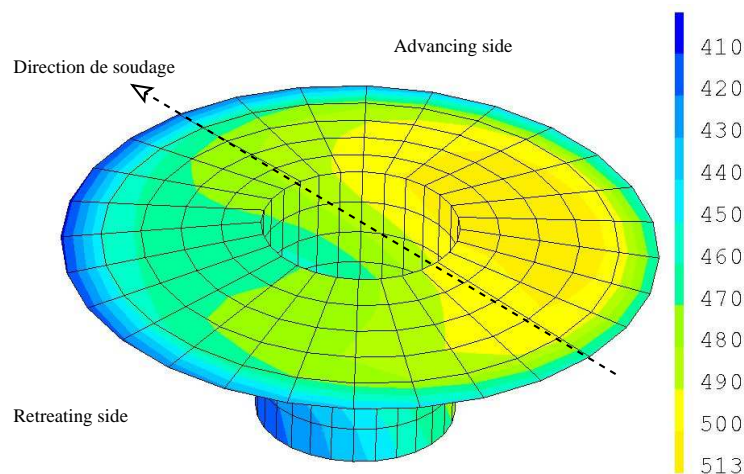


FIG. 3.10 : Température (en $^{\circ}\text{C}$) au niveau de l'interface outil-matière.

Les graphes de la figure 3.11 ont été obtenus en représentant la température sur deux lignes transverses situées à mi-épaisseur. La première est située à 5mm derrière le doigt (donc sous l'épaule) et la seconde est située 45mm derrière le doigt, i.e., 35mm derrière l'épaule. Ces températures ont été représentées en fonction de la distance au cordon de soudure afin de comparer leurs valeurs de chaque côté du cordon de soudure. On constate de légères différences et une tendance générale à des températures plus élevées côté "advancing side" que côté "retreating side". Cependant, ces différences sont minimales et montrent que le champ thermique est relativement symétrique par rapport au cordon lors du soudage par friction et malaxage.

Pour finir, précisons que cette symétrie est obtenue à partir d'un choix approprié des paramètres de la configuration de soudage et, plus particulièrement, des vitesses de soudage et de rotation de l'outil. En effet, si, à vitesse de soudage constante, on avait considéré une vitesse de rotation de l'outil plus importante, une dissymétrie du champ de température serait apparue. Il en aurait été de même si on avait considéré une vitesse de rotation constante et une vitesse de soudage plus faible. Ce type de configuration peut être qualifié de soudage chaud car les frottements et donc la génération de chaleur est plus importante que pour la configuration initiale de soudage.

3.3.2 Étude des différentes sources de chaleur dans le modèle

Dans cette section, on étudie l'influence des deux sources de chaleur introduites dans le modèle (cf. sections 2.2.2.1 et 2.2.2.2). Le tableau 3.4 présente cette comparaison et montre que

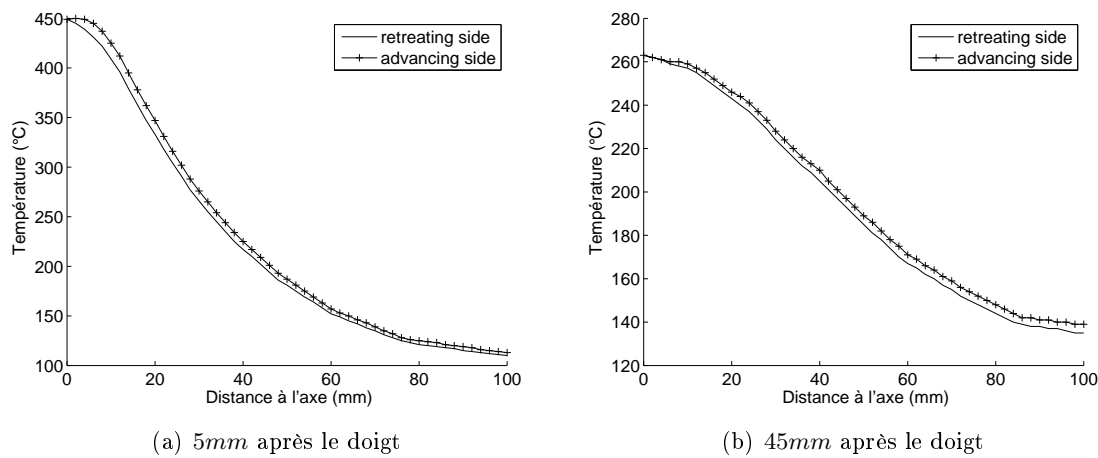


FIG. 3.11 : Comparaison des profils de température selon la direction transverse.

la quantité de chaleur générée par les déformations irréversibles est très faible devant la puissance dissipée par le frottement. Ainsi, s'affranchir de la source de chaleur volumique peut constituer une première simplification du modèle.

Quantité de chaleur totale	2828W
Puissance dissipée par le frottement	2740W (96.9%)
Quantité de chaleur générée par les déformations irréversibles	88W (3.1%)

TAB. 3.4 : Répartition de la quantité de chaleur générée par les différentes sources prises en compte dans le modèle.

Précisons cependant que cette tendance est propre au modèle construit. En effet, considérer un glissement important au niveau de l'interface outil-matière revient à ne pas tenir réellement compte de la couche limite sur cette interface (cf. remarque sur le coefficient α à la section 2.2.1.2). Or, à l'intérieur de cette couche, les déformations sont très importantes et il est probable que la comparaison effectuée ci-dessus donnerait des résultats inverses si l'on tenait compte de cette couche limite et d'une condition de contact plus proche de l'adhérence. Cela signifie que la source volumique tient vraisemblablement un rôle plus important dans la réalité que celui donné dans ce modèle.

D'autre part, les seuls mécanismes dissipatifs dans ce modèle sont la viscosité et le frottement. Comme la dissipation due à la viscosité est négligeable devant celle causée par le frottement et que le recalage thermique du modèle doit permettre de retrouver globalement la dissipation totale, la principale source de dissipation du modèle est constituée par le glissement frottant. Ainsi, l'ensemble des phénomènes dissipatifs intervenant dans la couche limite lors du soudage est transféré au niveau de la source surfacique de chaleur générée par le frottement.

La source de chaleur volumique est représentée sur la figure 3.12 ; on constate que cette source de chaleur reste confinée au niveau du contact outil-matière et sous l'épaule. On remarque aussi la dissymétrie de cette source de chaleur : elle est légèrement plus importante au niveau

de l'“advancing side”. Ceci s'explique par des déformations plus importantes de ce côté que de l'autre (cf. figure 3.15).

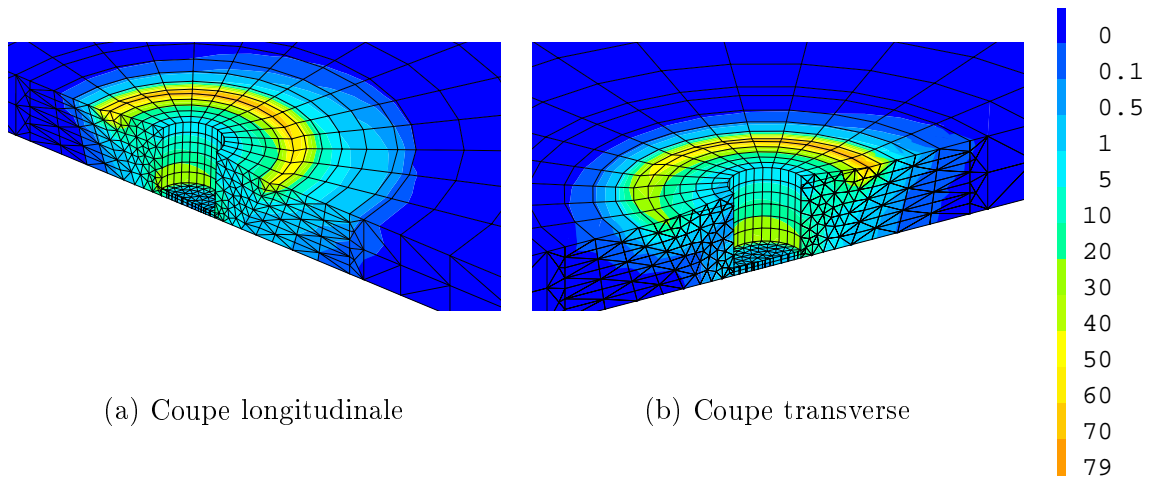


FIG. 3.12 : Valeur de la source volumique exprimée en $10^6 W.m^{-3}$.

Le tableau 3.5 donne une répartition de la source de chaleur surfacique en distinguant les trois surfaces principales formant l'interface outil-matière : surfaces au niveau de l'épaulement, des filets et de l'extrémité du doigt. On constate que plus de 80% de la chaleur est dissipée au niveau de l'épaulement ce qui correspond à la plus grande surface de contact.

Surface de contact	Aire (mm^2) (% de l'aire totale)	Puissance dissipée (W) (% de la puissance totale)
Épaulement	628 (61.2%)	2360 (86.1%)
Filets	321 (31.2%)	325 (11.9%)
Extrémité du doigt	78 (7.6%)	55 (2%)

TAB. 3.5 : Répartition de la quantité de chaleur générée par le frottement selon la surface de contact.

Enfin, nous avons étudié la variation de cette source de chaleur surfacique avec la distance à l'axe de l'outil au niveau de l'épaulement. Pour cela, nous avons étudié le rapport flux de chaleur surfacique

$\frac{\text{distance à l'axe}}{\text{distance à l'axe}}$. On remarque que ce rapport n'est pas constant. Ainsi, la condition aux limites adoptée dans notre modèle (équation (2.9) page 59) ne correspond pas à celle présentée dans l'étude bibliographique (équation (1.5) page 33).

3.3.3 Étude de la nature des transferts de chaleur

Dans le modèle thermique adopté (cf. équation (2.8)), deux modes de transfert de chaleur ont été considérés :

- **transfert de chaleur par conduction** qui correspond à une diffusion de l'énergie au sein de la matière ;
- **transfert de chaleur par convection** qui correspond à un transfert d'énergie provoqué par un mouvement de la matière.

Pour mesurer l'importance relative de ces deux modes de transfert de chaleur, on introduit généralement le nombre de Péclet :

$$\mathcal{P}_e = \frac{\rho c_p v L}{\lambda}$$

où v représente la vitesse du fluide et L une longueur caractéristique.

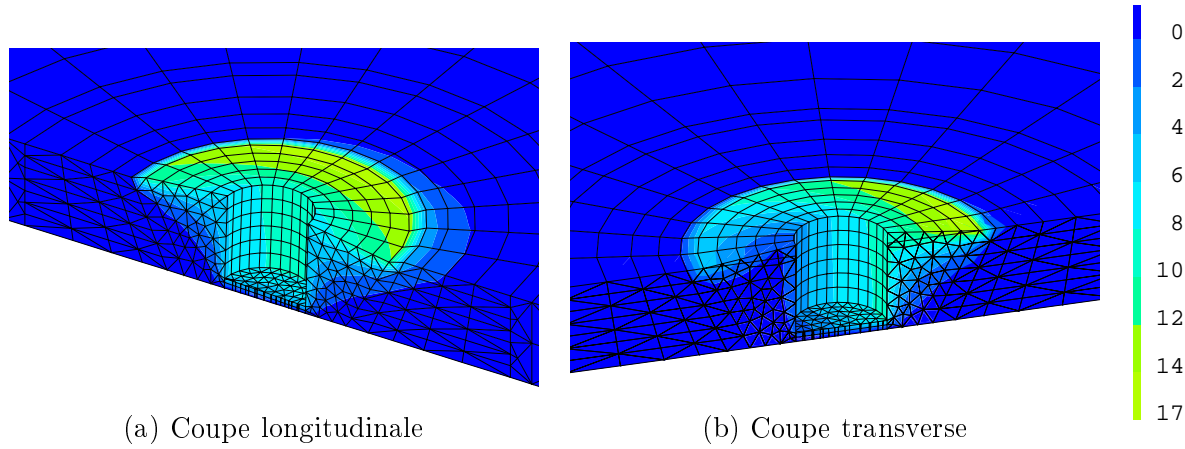


FIG. 3.13 : Nombre de Péclet selon différentes vues.

La figure 3.13 présente le nombre de Péclet pour le problème thermomécanique considéré. Il présente des valeurs importantes au niveau de l'interface outil-matière (valeur maximale égale à 17) et est de l'ordre de l'unité sous l'outil. Ailleurs, il est insignifiant. Cela signifie que le terme convectif, $\mathbf{v} \cdot \nabla T$, de l'équation de la chaleur (2.8) est nécessaire pour le domaine sous l'outil, mais qu'il joue un rôle beaucoup moins important ailleurs ; ceci était prévisible étant donné la nature de l'écoulement de matière. On note qu'en contrepartie, la prise en compte de ce terme convectif s'effectue au détriment du temps de calcul car il introduit une non-symétrie de la matrice de rigidité de l'équation de la chaleur, et un couplage supplémentaire avec le problème mécanique.

3.4 Présentation des résultats du modèle d'écoulement visqueux

3.4.1 Écoulement de matière autour de l'outil

La figure 3.14 présente les lignes de courant lors du passage autour de l'outil. Elles sont représentées pour différentes hauteurs : un quart de l'épaisseur des plaques, mi-hauteur et trois-quarts de l'épaisseur des plaques.

La figure 3.15 présente le taux de déformation équivalent autour de l'outil. La coupe transversale montre que les déformations ne sont pas symétriques par rapport au cordon de soudure : le taux de déformation est plus importants du côté "advancing side" que de l'autre côté. En outre, la valeur maximale du taux de déformation équivalent est de $1.4s^{-1}$. Encore une fois, cette valeur est propre aux caractéristiques du modèle présenté et il est fort probable que les déformations dans la couche limite sont plus importantes que cette valeur.

Mettons maintenant en parallèle les résultats obtenus sur les figures 3.10 et 3.15 avec les constatations expérimentales illustrées par le schéma 1.5. Expérimentalement, nous avons vu que la zone du noyau soudé se situe au coeur du cordon de soudure mais s'étend aussi sous l'épaule côté "advancing side" ; cette zone est caractérisée par une forte recristallisation. On a constaté que les résultats des figures 3.10 et 3.15 montrent des températures plus élevées et

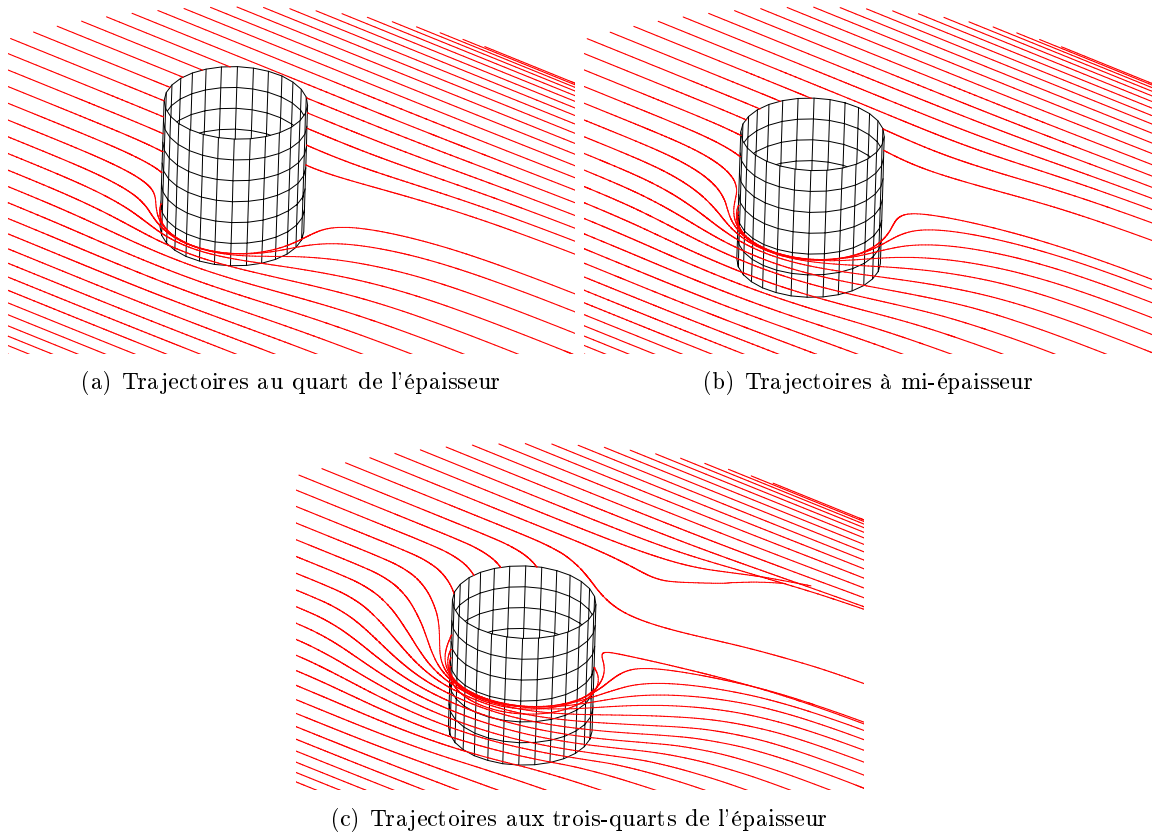


FIG. 3.14 : Écoulement de matière autour de l'outil à différentes hauteurs.

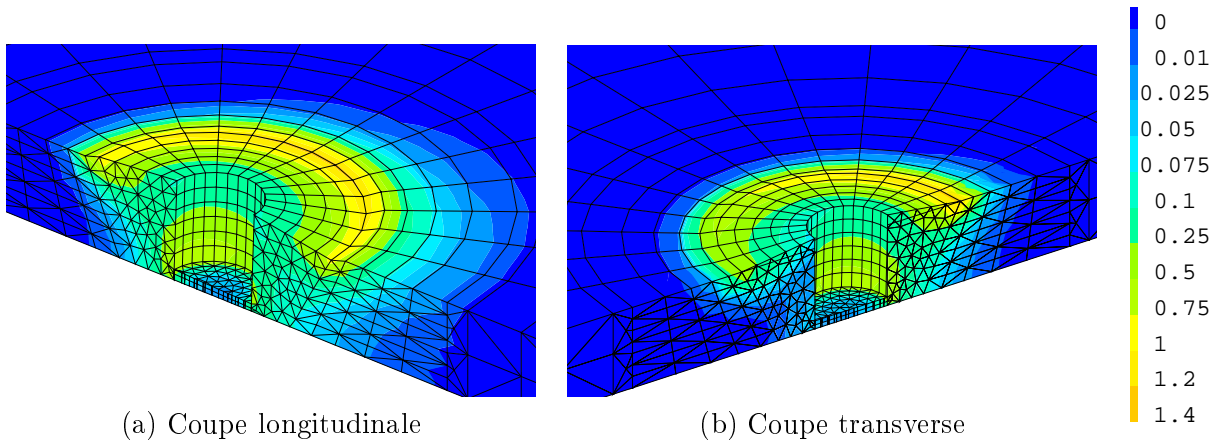


FIG. 3.15 : Taux de déformation équivalent, \bar{d} en (s^{-1}) , selon différentes vues.

des déformations plus importantes dans cette région sous l'épaulement côté "advancing side". Ces résultats mettent donc en évidence la dissymétrie du cordon de soudure et permettent de supposer que ces fortes températures et ces déformations intenses sous l'épaulement côté "advancing side" sont à l'origine de la recristallisation observée expérimentalement dans cette zone.

3.4.2 Étude du transfert de la quantité de mouvement

Comme dans la section 3.3.3 pour le problème thermique, il est possible d'étudier la nature du transfert de la quantité de mouvement. En mécanique des fluides, le nombre de Reynolds

$$\mathcal{R}_e = \frac{vL}{\nu}$$

mesure l'importance relative des forces d'inertie par rapport aux forces de viscosité au sein d'un fluide en écoulement. Autrement dit, il correspond au rapport relatif du transfert par convection par le transfert par diffusion de la quantité de mouvement.

La figure 3.16 présente la viscosité cinématique ν pour le problème d'écoulement considéré. On remarque, tout d'abord, que la dissymétrie des champs de température et du taux de déformation induit la même dissymétrie pour la viscosité ; en effet, la loi de viscosité adoptée est fonction de ces deux champs. De plus, un fort gradient de la viscosité est visible sous et autour de l'outil nécessitant un maillage relativement fin sous celui-ci : la taille de maille caractéristique est d'environ $1.6mm$.

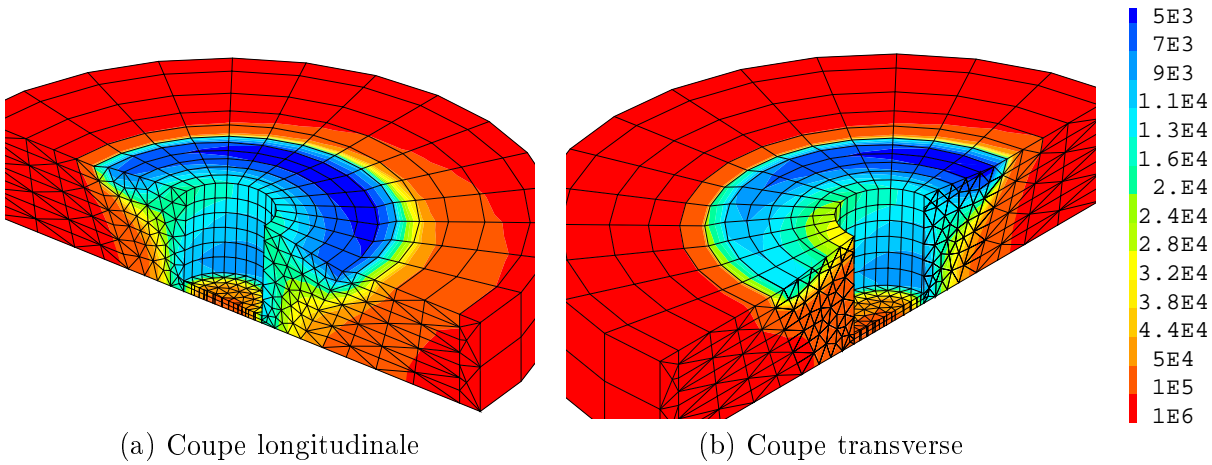


FIG. 3.16 : Viscosité cinématique, ν (en $m.s^{-2}$), selon différentes vues, sur un volume réduit autour de l'outil.

En calculant le nombre de Reynolds, on constate que sa valeur maximale est très faible et vaut 2.10^{-7} . Ceci permet d'affirmer que les forces d'inertie $\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}$ dans l'équation de bilan de quantité de mouvement (2.1) sont négligeables. Il aurait alors été possible de ne pas prendre en compte ce terme dans la résolution du problème. Cette simplification aurait permis de rendre le problème mécanique symétrique :

$$-\nabla p + \text{div} (\mu(\bar{d}, T)(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)) + \mathbf{f} = \mathbf{0}$$

3.4.3 Limites du modèle au niveau de l'interface outil-matière

Dans cette section, on tente de mettre en évidence la couche limite au niveau de l'interface outil-matière à partir du modèle thermomécanique adopté et présenté à la section 2.2.

En raison de la faible épaisseur de cette couche limite (inférieure au millimètre), un maillage plus fin que celui adopté jusqu'à présent doit être considéré. De plus, pour éviter des temps de

calculs trop importants, on considère un problème simplifié qui consiste à travailler en “pseudo-axisymétrique”. Cette hypothèse se justifie par le fait que le produit (rayon du pion * vitesse de rotation de l’outil) est grand devant la vitesse de soudage. Ainsi, on peut ne plus considérer la translation de l’outil. Dans ce problème réduit, on est donc amené à travailler sur la section 2D présentée sur la figure 3.17. Le champ de vitesse ne comprend qu’une composante orthoradiale ; pour simplifier, on ne considère pas de composante verticale de la vitesse. Le champ de vitesse est donc de la forme suivante :

$$\mathbf{v} = v(r, z)\mathbf{u}_\theta \quad (3.3)$$

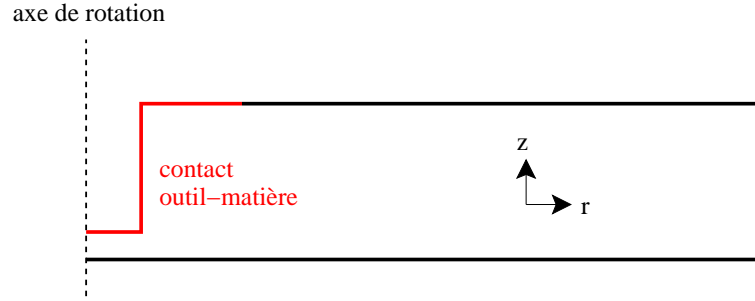


FIG. 3.17 : Géométrie adoptée pour le modèle réduit axisymétrique.

Outre l’invariance par rapport à l’angle θ , on considère un régime permanent. En raison de la dépendance du champ de viscosité avec les variables (r, z) , les équations du problème réduit s’écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p(r, z) + \mu(r, z) \Delta \mathbf{v} + 2d\nabla \mu(r, z) \\ \text{div } \mathbf{v} = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$(3.5)$$

On remarque que la condition d’incompressibilité (3.5) est automatiquement vérifiée dès que l’on considère des champs de vitesse de la forme donnée par l’équation (3.3). La projection de l’équation d’équilibre (3.4) sur les vecteurs \mathbf{u}_r et \mathbf{u}_z permet de déterminer la dépendance de la pression par rapport à z et r . Cherchant le champ de vitesse $v(r, z)$, on considère donc seulement la projection de (3.4) sur le vecteur \mathbf{u}_θ :

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \mu}{\partial r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} - \left(\frac{v}{r^2} + \frac{v}{r} \frac{\partial \mu}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.6)$$

Le but est de résoudre numériquement cette équation sur le domaine représenté par la figure 3.17. Pour cela, on constate que cette équation est analogue à celle régissant un problème de thermique axisymétrique sans terme convectif, à conduction variable, en régime permanent et avec une source volumique de chaleur notée s . En effet, l’équation de bilan d’énergie pour un tel problème se met sous la forme :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + s = 0 \quad (3.7)$$

La méthode adoptée pour résoudre l’équation (3.6) consiste alors à mettre en place un processus itératif au sein duquel l’équation thermique (3.7) est résolue en considérant une source

de chaleur égale au terme $-\left(\frac{v}{r^2} + \frac{v}{r} \frac{\partial \mu}{\partial r}\right)$ évalué à partir des résultats de l'itération précédente. Précisons enfin que la viscosité suit la loi de Sellars-Tegart. Pour cela, un champ de température a été rapidement et simplement estimé.

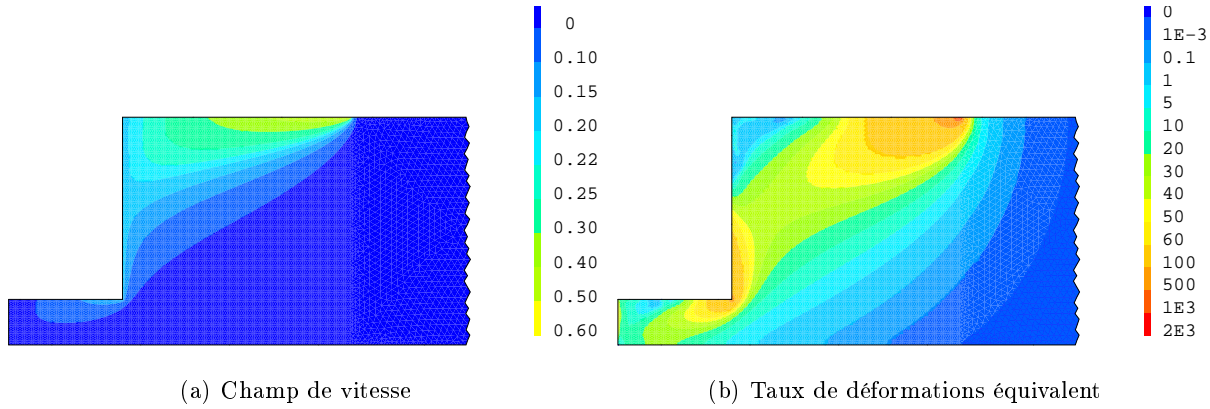


FIG. 3.18 : Quelques résultats concernant le modèle réduit axisymétrique.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.18. On ne constate pas de forte discontinuité au niveau de l'interface outil-matière aussi bien pour le champ de vitesse que pour le champ de vitesse de déformation. Cette observation permet donc d'affirmer que le calcul ne peut pas mettre en évidence la couche limite à partir d'un comportement purement visqueux et de conditions aux limites de type "vitesse imposée".

3.4.4 Remarque sur le suivi de la surface libre

Lors de la recherche bibliographique, les avantages et inconvénients d'une description cinématique eulérienne ont été examinés. En particulier, le recours à des techniques de modification de domaine est nécessaire pour les problèmes à surface libre étudiés dans un cadre eulérien. Dans ce but, des recherches sur de telles techniques existantes ont été effectuées. Elles sont listées en annexe A et une d'entre-elles [Lee *et al.*, 1989] y est détaillée plus précisément.

Des essais ont été réalisés dans le but de la mettre en œuvre. Cependant, non seulement par manque de temps et du fait des problèmes rencontrés, sa mise en œuvre n'a pas abouti.

D'autre part, on peut préciser que le suivi de la surface libre ne semble pas être un problème prépondérant dans la simulation du soudage par friction et malaxage. En effet, la composante verticale de la vitesse est faible devant les deux autres composantes. La modification de domaine qui en résulterait ne serait donc pas importante.

3.5 Sensibilité des résultats de la première étape du modèle à quelques paramètres

Cette section est consacrée à l'étude de la sensibilité des champs de température et de vitesse à la finesse du maillage et au type d'éléments finis utilisés.

3.5.1 Sensibilité à la finesse du maillage

Nous avons vu que les forts gradients des champs simulés incitent à raffiner le maillage sous et autour de l'outil. Plusieurs maillages ont alors été construits avec des finesse plus ou moins grandes au niveau de cette zone. Les résultats obtenus à partir de chacun de ces maillages sont donnés dans le tableau 3.6. Dans ce tableau, le maillage de référence correspond au maillage utilisé pour les calculs présentés dans les deux sections précédentes 3.3 et 3.4. Pour chacun des maillages, l'erreur relative en température a été calculée en prenant comme référence les résultats obtenus avec le maillage le plus fin :

$$\mathcal{E}_T = \frac{T - T^{\text{très fin}}}{\max(T^{\text{très fin}})}$$

	Nombre de noeuds	Nombre de ddl	Temps de calcul	Erreur relative maximale	Température maximale
Maillage très fin	6930	35494	4h40min	-	509°C
Maillage fin	5337	27347	2h07min	0.013	509°C
Maillage de référence	3829	19647	54min	0.018	508°C
Maillage grossier	3174	16282	35min	0.020	507°C
Maillage très grossier	1604	8268	7min	0.057	500°C

TAB. 3.6 : *Étude de la sensibilité de la température au maillage.*

Pour effectuer ce calcul, une interpolation du champ de température a dû être effectuée sur le maillage le plus fin. En effet, les différents maillages utilisés n'ont aucun noeud en commun.

On constate que les erreurs relatives maximales sont acceptables pour les maillages fin, de référence et grossier, d'autant plus que sous l'outil la valeur de l'erreur est largement inférieure à 10^{-2} . Elle devient cependant plus importantes pour le maillage très grossier, même si le temps de calcul est très faible.

Les erreurs relatives pour les trois composantes de la vitesse ont aussi été calculées. Sous l'outil, les valeurs sont comparables à celles concernant la température, ie. inférieures à 10^{-2} . On observe aussi des valeurs maximales égales à 0.2 localisées en quelques noeuds de la surface supérieure, au niveau de singularités de maillage induites par la prise en compte de l'inclinaison de l'outil. Au final, ces erreurs relativement élevées ne sont pas considérées comme prépondérante car elles restent très localisées.

En conclusion, ces tests de sensibilité vis-à-vis de la finesse du maillage montrent que la configuration de référence adoptée est acceptable même si un maillage plus grossier aurait aussi pu être considéré. De plus, il a été montré que les résultats diffèrent peu en fonction du maillage considéré pourvu que celui-ci soit élaboré de façon à avoir un raffinement plus important au niveau de l'outil que dans les régions plus éloignées. C'est pourquoi la phase d'élaboration du maillage est très importante.

3.5.2 Sensibilité au type d'éléments finis

Un problème d'écoulement de fluide incompressible est bien posé s'il respecte la condition inf-sup de Brezzi-Babuska [Pironneau, 1988]. Cette condition entraîne des exigences à respecter quant au choix des espaces de discrétisation non seulement pour la variable "vitesse" mais

aussi pour la variable “pression” (notons que ces espaces de discrétisation ne sont pas nécessairement identiques). Ces exigences se traduisent par l’existence de couples d’éléments finis mixtes compatibles à l’existence d’une solution unique alors que d’autres couples ne garantissent pas l’existence et l’unicité d’une solution au problème considéré. Autrement dit, le choix des espaces de discrétisation et, par conséquent, le choix du type d’élément fini interpolant le champ de vitesse et celui interpolant le champ de pression, ne sont pas arbitraires. Avant d’étudier l’influence du choix du couple d’éléments finis sur le modèle mis en place, quelques couples d’éléments finis sont présentés.

Choisir le type d’élément fini revient à déterminer le type d’interpolation au sein de chaque élément. Une première façon de construire ces couples consiste à assembler des éléments finis de Lagrange classiques :

- L’élément Q^1/P^0 correspond à une interpolation linéaire sur des quadrangles pour la vitesse et constante par élément pour la pression. Pour ce type d’élément, la condition de Brezzi-Babuska n’est pas vérifiée ce qui se traduit par une instabilité numérique en damier pour la pression.
- L’élément P^2/P^1 (cf. figure 3.19(a)) correspond à une interpolation quadratique sur des triangles pour la vitesse et une interpolation linéaire sur les mêmes triangles pour la pression. Cet élément est compatible au sens de la condition de Brezzi-Babuska.

D’autres couples d’éléments finis compatibles ont été inventés. Parmi ceux-là, on en cite quelques-uns :

- L’élément bulle, noté P^1_{bulle} , correspond à un élément P^1 enrichi d’un noeud supplémentaire situé au barycentre du triangle dans le cas 2D. Il est utilisé pour discrétiser la vitesse. À l’aide de cet élément, le couple P^1_{bulle}/P^1 (cf. figure 3.19(b)) a été inventé. Il consiste en une amélioration de l’élément P^1/P^1 qui n’est pas compatible avec la condition inf-sup mais qui, cependant, donne des résultats corrects pour certains problèmes.
- Les macro-éléments sont obtenus en subdivisant chaque élément en plusieurs éléments à partir du milieu des arêtes. Ils sont utilisés pour discrétiser la vitesse. Parmi les macro-éléments, on peut citer les couples $P^1 - iso - P^2/P^1$ (cf. figure 3.19(c)) et $Q^1 - iso - Q^2/Q^1$. L’interpolation est linéaire à l’intérieur de chaque micro-élément.
- Les éléments discontinus sont linéaires à l’intérieur de l’élément mais discontinus d’un élément à l’autre. Ils sont utilisés pour la discrétisation de la pression, en général. Par exemple, le couple $Q^2/P^1_{discontinu}$ correspond à une interpolation quadratique pour la vitesse. Pour la pression, en 2D, il existera 3 degrés de liberté par quadrangle. Les noeuds correspondant à l’interpolation de la pression se situent à l’intérieur du quadrangle. On peut aussi imaginer le couple $P^2_{bulle}/P^1_{discontinu}$ qui lie un élément bulle pour la vitesse et un élément discontinu pour la pression.

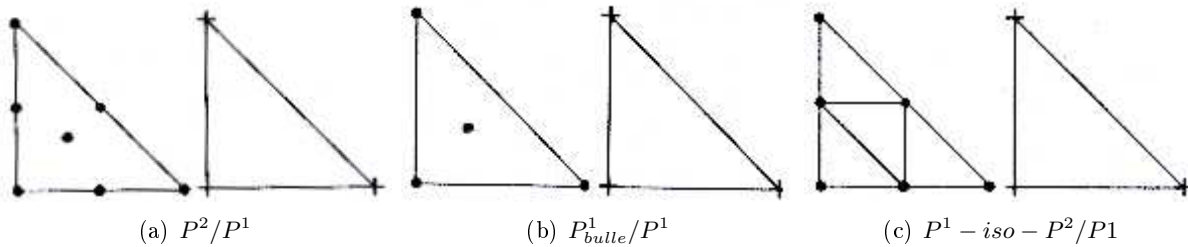


FIG. 3.19 : Quelques couples d’éléments finis compatibles (les degrés de liberté de la vitesse sont représentés par des points et ceux de la pression par des croix).

En fonction des possibilités offertes par le logiciel Castem, trois couples d'éléments ont été testés (cf. tableau 3.7) :

- le couple P^1/P^1 , adopté dans les calculs présentés jusqu'ici ;
- le couple P^2/P^1 ;
- le couple $P^1 - iso - P^2 / P^1_{discontinu}$.

Couple d'éléments	Temps de calcul	Nombre de ddl	Erreur relative maximale en température	Température maximale	Erreur relative maximale en norme de vitesse
P^1/P^1	4min	5820	-	502°C	-
P^2/P^1	7h40min	41932	0.019	506°C	0.12
$P^1 - iso - P^2 / P^1_{discontinu}$	3h30min	36078	0.069	511°C	0.18

TAB. 3.7 : Étude de l'influence de la méthode d'inversion

Pour faciliter le calcul des erreurs et pour ne pas avoir des temps de calcul trop importants, le maillage sur lequel a été effectué ces tests est identique pour les trois cas et plus grossier que celui de la configuration de référence de la section précédente 3.5.1.

Les résultats du tableau 3.7 montrent, en premier lieu, que le choix du couple P^1/P^1 dans les sections précédentes est validé même si ce couple d'éléments n'est pas compatible au sens de la condition de Brezzi-Babuska. Concernant le champ thermique, les températures sont similaires d'un calcul à l'autre ; les températures maximales pour chacun des calculs sont très proches. Concernant le champ de vitesse, il existe certains noeuds où l'erreur relative présente des valeurs importantes, supérieures à 10%. Comme dans la section précédente, ces noeuds sont très localisés. À l'exception de ces noeuds, l'erreur relative est largement acceptable.

3.6 Présentation de l'état résiduel d'un assemblage

Dans cette section, l'état résiduel d'un assemblage soudé par friction et malaxage est présenté à partir des résultats obtenus par le modèle donné dans la section 2.3. Dans un premier temps, les résultats métallurgiques sont exposés, puis, les distorsions, les déformations plastiques et les contraintes résiduelles sont présentées.

Pour l'ensemble de ces calculs, la configuration de soudage est la même que celle adoptée lors de la première étape (cf. section 3.3). C'est pourquoi, dans les tableaux 3.8 et 3.9, nous précisons juste les paramètres des modèles choisis.

Q_{eff}	t_r^*	T_r
118kJ.mol ⁻¹	16s	350°C

TAB. 3.8 : Paramètres pour le modèle métallurgique de Myhr et Grong (données issues de [Robson et al., 2004]).

De plus, les résultats présentés dans ce qui suit ont été obtenus à partir d'un comportement élastoviscoplastique bicouche présenté à la section 2.3.2.1, sauf indication contraire.

Le maillage adopté comporte 16773 noeuds pour 16008 éléments à interpolation linéaire. Au total, il existe 52467 degrés de liberté.

Température ($^{\circ}C$)	25	100	150	177	205	230
Module de Young, E (GPa)	71	68	63	60	57	53
σ_y^{min} (MPa)	28	25	21	19	17	
σ_y^{max} (MPa)	435	405	345	310	240	180
Coefficient d'écrouissage, H (MPa)	2000	1800				600
Température ($^{\circ}C$)	260	315	370	425	482	540
Module de Young, E (GPa)	48	39	28	25	20	20
σ_y^{min} (MPa)	14	11	8	8	8	8
σ_y^{max} (MPa)	125	55	32	23	15	8
Coefficient d'écrouissage, H (MPa)	400	250	150	100	50	25
Coefficient de Poisson, ν	0.33					
Coefficient de dilatation thermique, α (K^{-1})	25.10^{-6}					

TAB. 3.9 : Paramètres mécaniques pour le modèle de comportement élastoviscoplastique bicouche (données issues de [Kaufman, 1999]).

Enfin, le cisaillement appliqué au niveau du contact outil-matière est obtenu à partir des résultats de la première étape du calcul, comme précisé à la section 2.3.2.3. La norme du cisaillement est représentée sur la figure 3.20. On constate qu'elle est plus importante au niveau de l'épaulement : elle vaut en moyenne $20MPa$. Cette valeur est similaire à celle utilisée par [Colegrove et Shercliff, 2004a] dans leurs travaux.

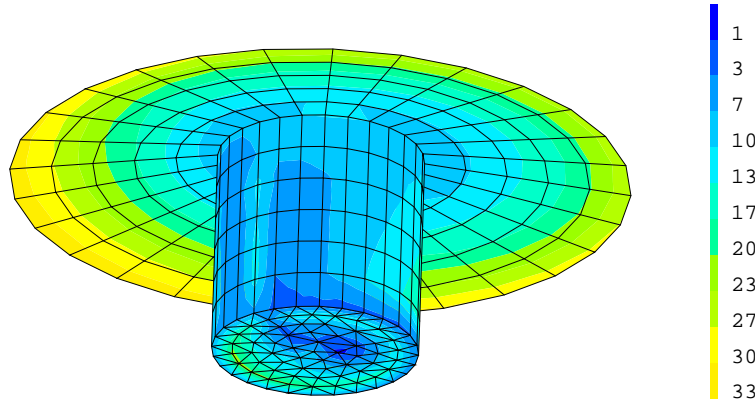


FIG. 3.20 : Cisaillement (en MPa) appliqué sur la zone de contact outil-matière (issu de la première étape du modèle).

3.6.1 État métallurgique

La figure 3.21(a) présente la fraction de précipités dissous au sein du cordon : il s'agit d'un zoom d'une coupe transversale. Comme précisé auparavant, ces résultats sont issus d'un modèle simple, ne tenant compte que de la dissolution des précipités et non de la période de maturation après soudage. La figure 3.21(a) montre que la dissolution des précipités est complète au niveau du passage de l'outil. Rappelons que cette dissolution est pilotée par le cycle thermique. Ces résultats numériques sont comparables et en accord avec les résultats expérimentaux de [Genevois, 2004]

représentés sur la figure 1.6(b) (page 21).

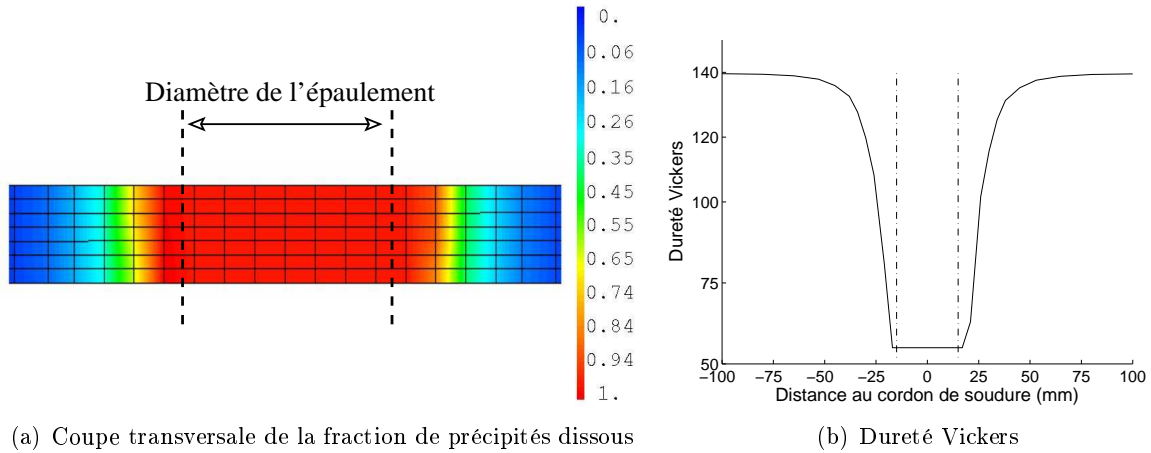


FIG. 3.21 : Fraction de précipités dissous, notée X_d dans l'équation (2.12) et dureté Vickers au sein du cordon de soudure (les pointillés verticaux délimitent l'épaulement et la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

La figure 3.21(b) présente un profil de dureté obtenu à l'aide d'une expression analogue à l'équation (2.13), en prenant les valeurs $Hv_{max} = 140$ et $Hv_{min} = 55$ (cf. [Bjorneklett *et al.*, 1999] et [Robson *et al.*, 2004]). Le profil obtenu fait apparaître une chute de dureté liée à l'échauffement. On remarque que la dissolution complète se traduit par une dureté minimale. Vis-à-vis des données expérimentales présentées sur la figure 1.9 et de celles de [Robson *et al.*, 2004], on remarque que le profil capte bien la chute de dureté mais qu'il ne fait pas apparaître une augmentation de la dureté induite par la réapparition des zones de Guinier-Preston dans les régions ayant connu des températures les plus élevées. Ceci s'explique par le fait qu'aucun modèle de précipitation n'a été utilisé lors de ce travail.

Une fois la dissolution des précipités estimée, la limite d'élasticité est évaluée à partir de l'équation (2.13) et des données dans le tableau 3.9. Ceci permet de prendre en compte non seulement les aspects thermiques mais aussi les aspects métallurgiques pour la détermination de la limite d'élasticité. Sur la figure 3.22(a), la dépendance de la limite d'élasticité avec la température est représentée. On remarque que plus la température est grande, plus la limite d'élasticité est faible. Ainsi, la zone à faible limite d'élasticité est réduite à la région autour de l'outil. Le refroidissement des plaques après le passage de l'outil permet directement un retour à des valeurs de la limite d'élasticité plus élevées. Dans ce cas-là, les évolutions métallurgiques ne sont pas prises en compte. Or, la matière située derrière l'outil ne retrouve pas son durcissement initial instantanément en raison de la dissolution complète des précipités. Cet aspect est pris en compte sur la figure 3.22(b) où la limite d'élasticité reste faible après le passage de l'outil. Bien que la relation (2.13) liant la limite d'élasticité à la fraction de précipités dissous soit simple et ne tienne pas compte du léger durcissement de la matière derrière l'outil engendré par la précipitation de zones de Guinier-Preston, la méthode retenue dans ce travail présente l'avantage de considérer les deux phénomènes principaux influant sur la valeur de la limite d'élasticité : les évolutions thermiques et métallurgiques.

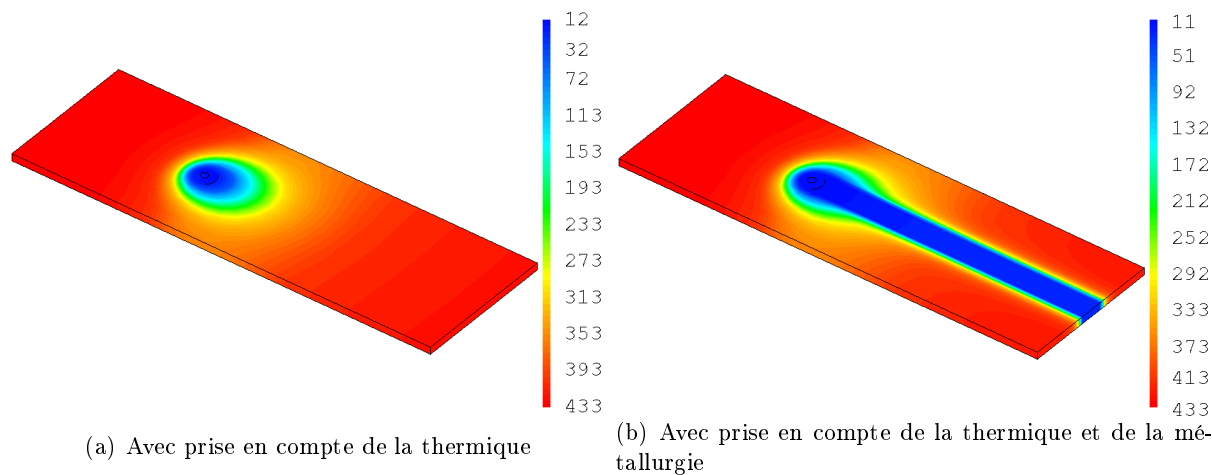


FIG. 3.22 : Valeurs de la limite élastique (en MPa) modifiée par l'apport du modèle métallurgique, notée σ_y dans l'équation (2.13) et/ou par l'apport du champ de température.

3.6.2 Distorsions et déformations résiduelles

Dans cette section, les distorsions et les déformations résiduelles sont exposées. La figure 3.23 montre les distorsions verticales après soudage. Les résultats présentés se situent à mi-épaisseur des plaques mais on note que les distorsions sont uniformes dans l'épaisseur. Le déplacement maximal à l'extrémité des plaques est de 1.4mm ; on rappelle que la largeur de chaque plaque vaut 10cm . On remarque aussi que l'assemblage se courbe vers le bas; cette tendance s'explique par des températures plus importantes au niveau de la face supérieure que de la face inférieure des plaques. Cette différence de température est due à la présence de la source de chaleur au niveau de la face supérieure et à la dissipation de chaleur importante avec le support sur lequel reposent les plaques. Elle induit donc des dilatations plus importantes au niveau de la partie supérieure du cordon de soudure.

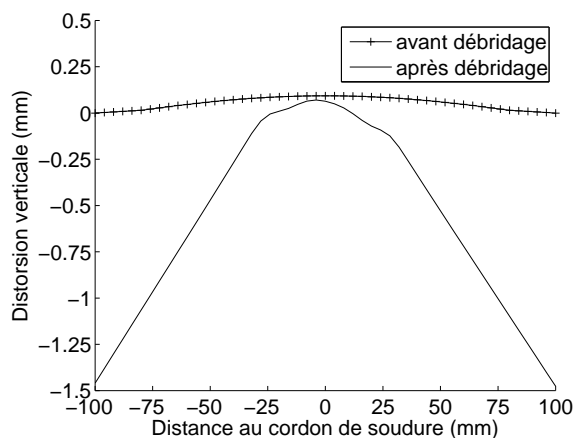


FIG. 3.23 : Distorsions verticales après soudage (les pointillés verticaux délimitent l'épaulement et la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure). La comparaison des distorsions verticales avant et après débridage est présentée.

De plus, la figure 3.23 présente la comparaison des distorsions verticales avant et après débridage. On remarque que l'opération de débridage libère les plaques et permet à l'assemblage de prendre sa forme incurvée. Avant la suppression des mors de bridage, les déplacements verticaux sont quasiment nuls.

La figure 3.24 montre trois composantes des déformations plastiques atteintes lors du régime permanent. Ces déformations plastiques sont représentées sur une section transverse à la direction de soudage. La position de cette section a été choisie dans la zone caractérisant le régime permanent. Cette zone correspond à la région où les grandeurs mécaniques sont stabilisées. Elle débute naturellement largement derrière l'outil et se termine avant l'extrémité arrière des plaques, de façon à ce que les conditions aux limites de bord libre n'influent pas sur les valeurs des grandeurs mécaniques du régime permanent. C'est pour cela, que, lors de la simulation, l'outil ne se situe pas au centre de l'assemblage. Il a été placé de façon à permettre une stabilisation de ces grandeurs mécaniques (cf. figure 3.9 pour visualiser cette position).

Les cartes de déformations plastiques sur la figure 3.24 mettent en évidence la zone traversée par l'outil. On remarque aussi que les valeurs de la composante ε_{xx}^p sont largement inférieures aux deux autres. De plus, la valeur de cette composante ε_{xx}^p est maximale dans des zones situées de part et d'autre de l'épaule. Cette zone correspond à la zone de discontinuité forte de la limite d'élasticité (cf. figures 3.21 et 3.22(b)).

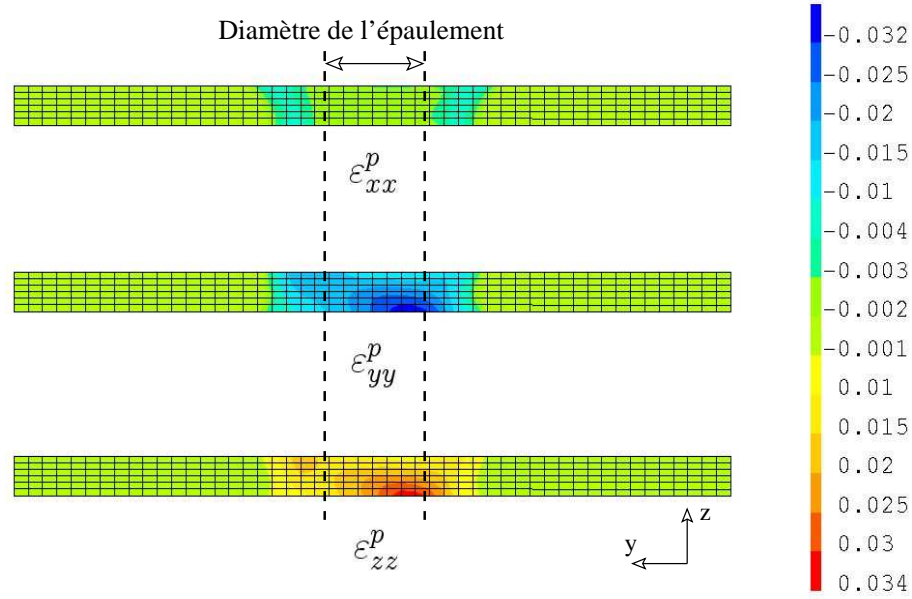


FIG. 3.24 : Déformations plastiques atteintes lors du régime permanent : ε_{xx}^p , ε_{yy}^p et ε_{zz}^p . Ces déformations plastiques sont représentées sur une section transverse à la direction de soudage.

3.6.3 Contraintes résiduelles

Le résultat final du modèle global est présenté dans cette section : il s'agit des contraintes résiduelles. Leur estimation est importante car elle permet de connaître le nouvel état initial de l'assemblage soudé en vue d'une utilisation ultérieure.

La figure 3.25 montre l'évolution des contraintes résiduelles sur une section transverse. Ces cartes montrent que la composante longitudinale σ_{xx}^{res} présente les valeurs les plus importantes

et les plus irrégulières.

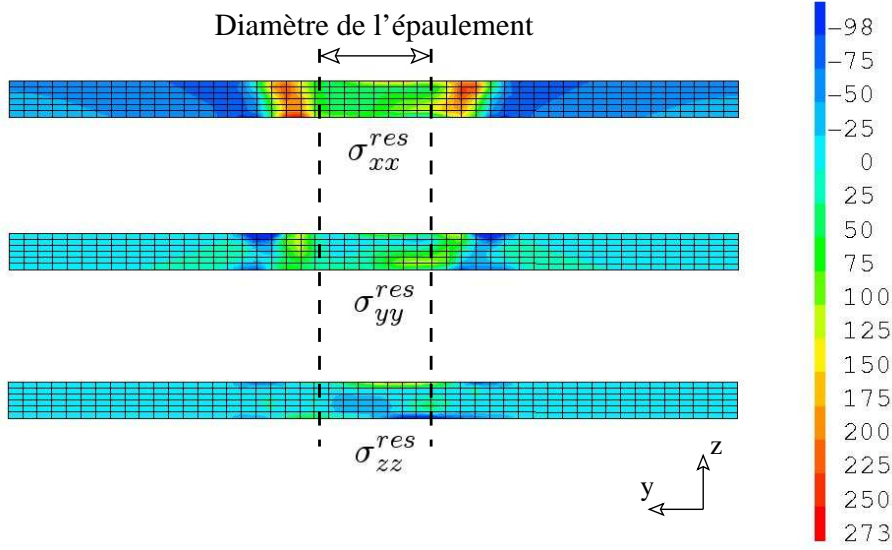


FIG. 3.25 : Contraintes résiduelles atteintes lors du régime permanent : σ_{xx}^{res} , σ_{yy}^{res} et σ_{zz}^{res} . Ces contraintes résiduelles sont représentées sur une section transverse à la direction de soudage.

Pour une étude plus précise des contraintes résiduelles, des profils sont représentés sur les figures 3.26 et 3.27. Il s'agit des valeurs des contraintes résiduelles sur des droites transverses situées à différentes épaisseurs.

La figure 3.26 met en évidence le profil particulier de la composante σ_{xx}^{res} par rapport aux deux autres composantes ; il s'agit d'un profil relativement symétrique comportant deux pics. Ils sont situés de part et d'autre de la zone qui a été en contact avec l'épaulement : les maxima des deux pics sont espacés de 50mm alors que le diamètre de l'épaulement vaut 30mm. De plus, une comparaison avec la figure 3.21(b) montre que ces deux pics se situent dans la zone de forte discontinuité de la fraction de précipités dissous, c'est-à-dire, de la limite d'élasticité.

D'autre part, on remarque que les deux autres composantes sont moins importantes, la composante σ_{zz}^{res} étant même négligeable devant les deux autres. Les valeurs maximales des pics de σ_{xx}^{res} valent 220MPa alors que l'on obtient des valeurs beaucoup moins importantes entre ces deux pics (50MPa au minimum). La région entre les deux pics correspond à la région où la dissolution est totale lors du soudage (cf. figure 3.21(b)).

La figure 3.27 montre que les variations de la composante σ_{xx}^{res} dans l'épaisseur des plaques ne sont pas importantes. On remarque cependant que plus l'on se trouve proche de la face supérieure des plaques, plus les pics ont des valeurs maximales élevées (variations entre 190MPa et 240MPa).

L'ensemble des résultats concernant les contraintes résiduelles est comparé à des données expérimentales issues de la littérature [Wang *et al.*, 2000] et déjà présentées sur la figure 1.9. Cependant, n'ayant pas considéré la même configuration de soudage et le même alliage d'aluminium que dans les travaux de [Wang *et al.*, 2000], nous ne pourrions réaliser, ici, qu'une comparaison qualitative des résultats obtenus. Ainsi, le profil à double pic peut être validé, de même que la position de ces pics, situés à l'extérieur de la zone délimitée par l'épaulement (le diamètre de l'épaulement de l'outil utilisé dans les travaux de [Wang *et al.*, 2000] est de 19mm (cf. [Feng *et al.*, 2004])).

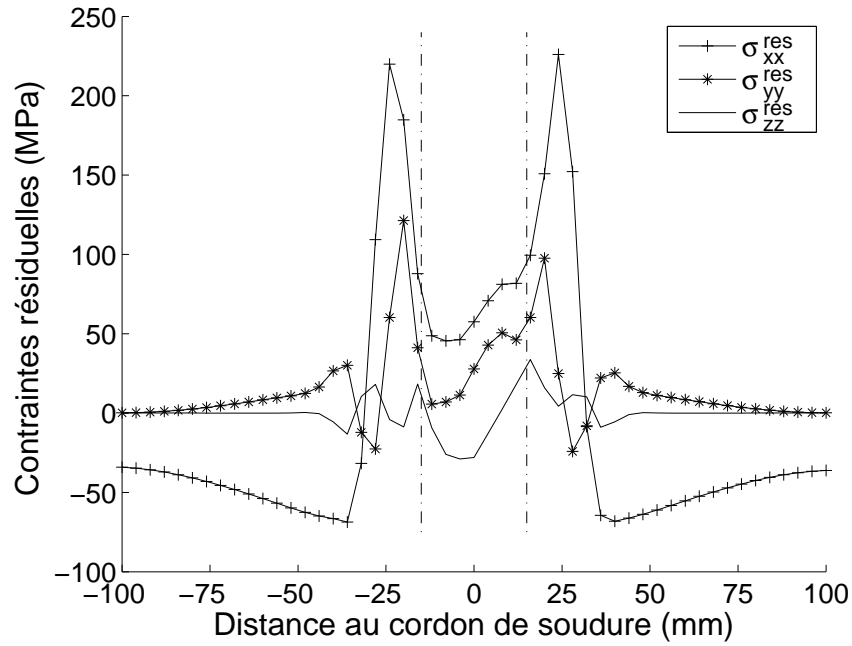


FIG. 3.26 : Contraintes résiduelles à mi-épaisseur après soudage, débridage et refroidissement complet (les pointillés verticaux délimitent l'épaulement et la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

Concernant la valeur des contraintes résiduelles obtenues, il est plus difficile d'établir une comparaison. On peut cependant situer leurs valeurs vis-à-vis de la limite d'élasticité à l'ambiante. Pour l'alliage considéré, elle vaut 435MPa alors que les contraintes résiduelles maximales valent 220MPa . Les contraintes résiduelles estimées se situent donc à 50% de la limite d'élasticité à l'ambiante. Dans leur travaux, [Wang *et al.*, 2000] ont effectué deux essais, le premier avec une vitesse de soudage "faible", et le second avec une vitesse de soudage "élevée". Ils ont conclu que les contraintes résiduelles mesurées se situent respectivement à 53% et 73% de la limite d'élasticité prise égale à 276MPa pour un alliage d'aluminium 6061-T6. Ainsi, la valeur de 50% obtenue dans la simulation est acceptable vis-à-vis de ces résultats expérimentaux. On retrouve aussi cette valeur de 50% dans les travaux de [Lawrjaniec *et al.*, 2003].

Enfin, la figure 3.28 présente une comparaison portant sur la composante longitudinale des contraintes avant et après débridage, sachant que les résultats présentés jusqu'ici concernent l'état mécanique après débridage. On remarque que le débridage influe de manière significative sur les contraintes au niveau de la région d'application des mors de bridage. De plus, on note aussi qu'au quart de l'épaisseur et à mi-épaisseur des plaques, les contraintes évoluent lors du débridage dans la région traversée par l'outil. Cependant, le profil à deux pics existe avant la suppression du bridage.

Conformément à la remarque effectuée à la section 2.3.4.4, il a été vérifié que le champ de contraintes résiduelles présenté ci-dessus vérifie le critère de plasticité. Ceci permet de considérer un retour purement élastique pour déterminer l'état résiduel à partir des déformations plastiques présentées sur la figure 3.24.

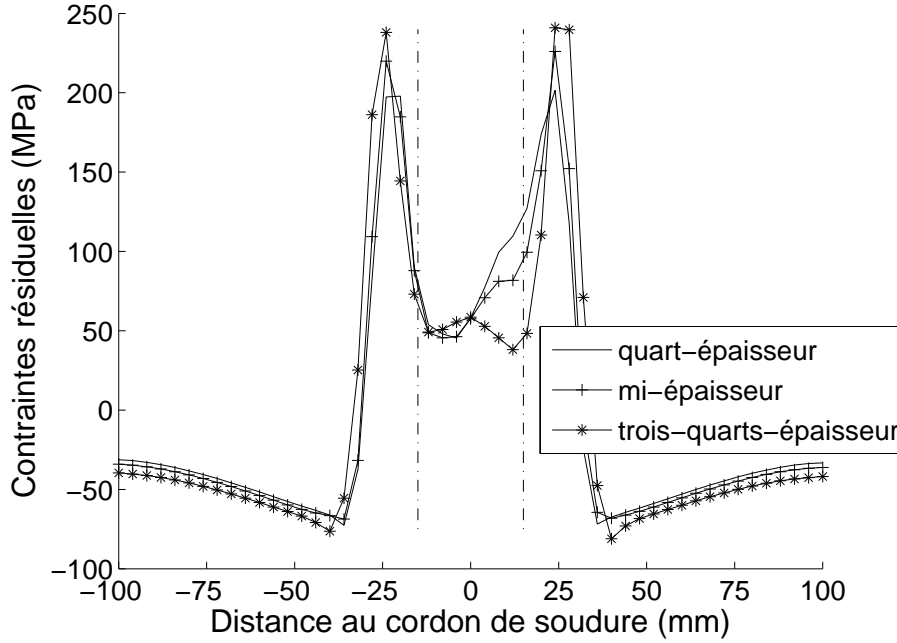


FIG. 3.27 : Variations de la composante xx des contraintes résiduelles dans l'épaisseur de l'assemblage (les pointillés verticaux délimitent l'épaulement et la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

3.7 Étude de l'influence de quelques aspects de la seconde étape du modèle

Dans cette section, l'influence de plusieurs paramètres du modèle et de quelques paramètres de la configuration de soudage est étudiée. Successivement, nous nous intéressons à l'influence de la loi de comportement, l'influence de la prise en compte du modèle métallurgique, l'influence de la vitesse de soudage et de la vitesse de rotation de l'outil. Pour ces quatre aspects, nous étudions leur influence sur l'état mécanique résiduel.

3.7.1 Influence de la loi de comportement

Dans cette section, on étudie l'influence de la loi de comportement sur les contraintes résiduelles longitudinales σ_{xx}^{res} . Pour cela, on renvoie à la section 2.3.2.1 où trois lois de comportement avaient été détaillées :

- le comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire ;
- le comportement élastoviscoplastique de type Chaboche ($n = 1$) à écrouissage cinématique linéaire ;
- le comportement élastoviscoplastique dit "bicouche".

Pour chacun de ces trois comportements, la seconde étape du modèle a été appliquée à partir des résultats de la première étape. Le tableau 3.10 donne les temps de calcul pour chacune de ces trois lois. On n'observe pas de grandes variations du temps de calcul en fonction du comportement adopté.

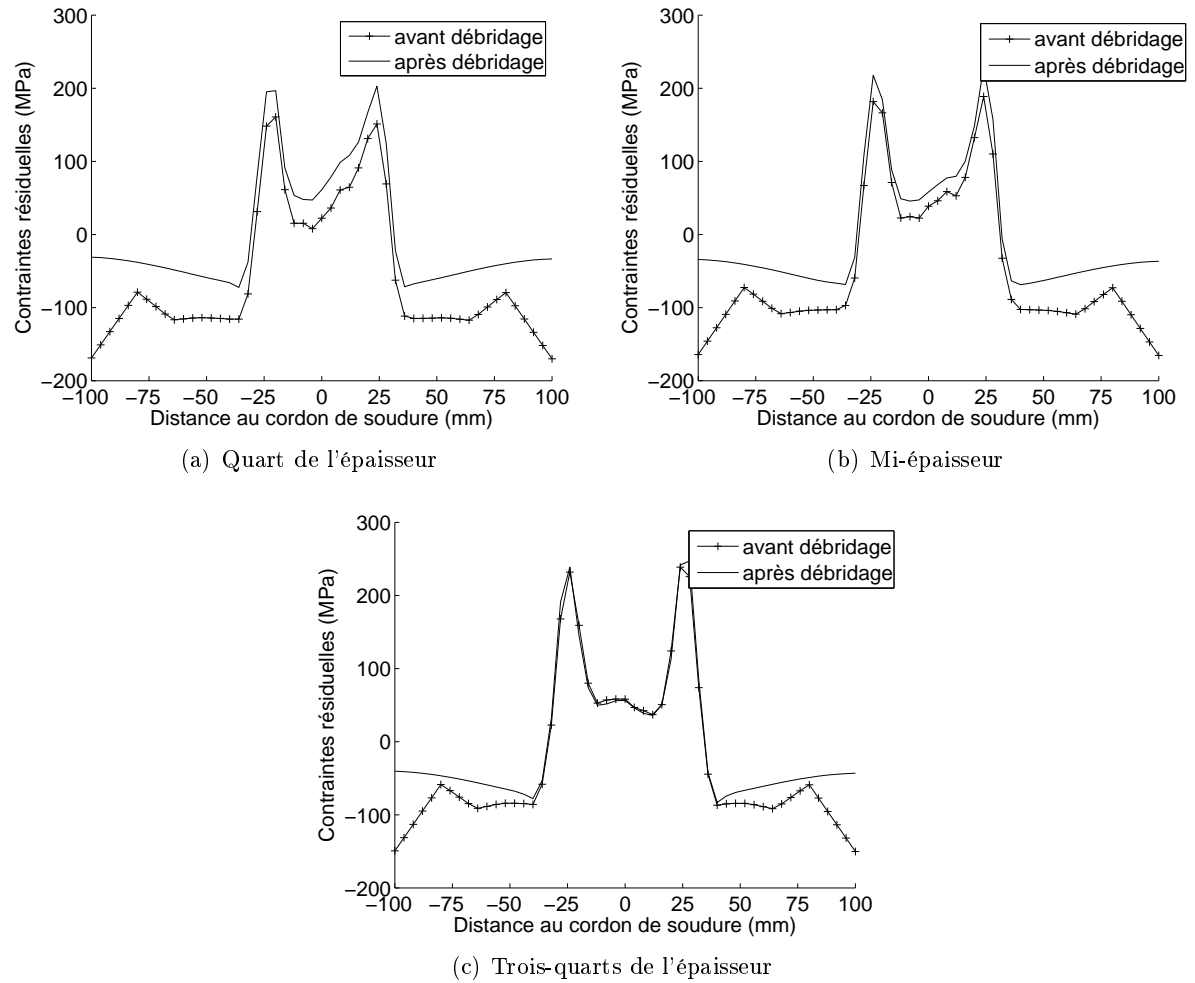


FIG. 3.28 : Comparaison de la composante longitudinale des contraintes avant et après débridage (la “retreating side” est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

Loi de comportement	Temps de calcul
Élastoplastique	16 heures
Élastoviscoplastique (Chaboche)	13 heures
Élastoviscoplastique (bicouche)	14 heures

TAB. 3.10 : Comparaison des temps de calcul en fonction de la loi de comportement.

La figure 3.29 représente la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles à mi-épaisseur des plaques. Les trois comportements font apparaître le même type de profil et la localisation des pics est inchangée d'un comportement à l'autre. On remarque cependant des différences dans la valeur maximale des pics et la valeur moyenne entre les deux pics. Globalement, pour le comportement élastoplastique, les valeurs maximales des pics sont plus importantes que pour les deux autres comportements alors que la valeur moyenne entre les deux pics est la plus basse. Au contraire, le comportement élastoviscoplastique de Chaboche fournit des pics dont les valeurs maximales

sont les plus faibles et entre lesquels la valeur moyenne est la plus élevée des trois comportements choisis. Les contraintes résiduelles obtenues par le comportement élastoviscoplastique bicouche sont donc encadrées par les deux autres comportements.

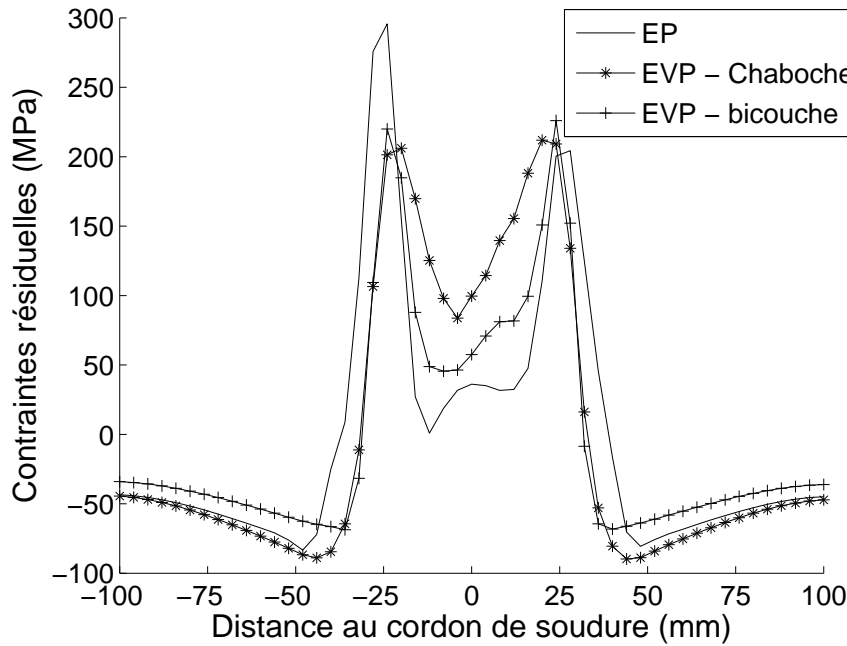


FIG. 3.29 : Composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles à mi-épaisseur pour différentes lois de comportement (la “retreating side” est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

3.7.2 Influence du modèle métallurgique

Dans cette section, nous étudions l’influence de la prise en compte du modèle métallurgique sur le profil des contraintes résiduelles. Pour cela, au lieu de la limite d’élasticité représentée sur la figure 3.22(b), on ne considère que la dépendance de la limite d’élasticité avec la température (cf. figure 3.22(a)). La variation avec la fraction de précipité dissous n’est donc plus prise en compte.

La comparaison des profils de contraintes résiduelles longitudinales est représentée sur la figure 3.30 pour différentes hauteurs dans l’assemblage. Sur les trois figures, le même profil de contraintes résiduelles peut être visualisé. Les pics se situent sensiblement au même endroit. Cependant, on remarque que, au quart de l’épaisseur et à mi-épaisseur des plaques (cf. figure 3.30(a) et 3.30(b)), la valeur moyenne entre les deux pics est nettement plus élevée lorsque le modèle métallurgique n’est pas pris en compte. Cette tendance est aussi visible dans le modèle thermomécanique mis en place par [Lawrjaniec *et al.*, 2003] où les évolutions métallurgiques ne sont pas prises en compte.

Ces résultats montrent donc que le modèle métallurgique est responsable des faibles valeurs moyennes des contraintes résiduelles entre les pics. De plus, la prise en compte d’un modèle métallurgique fournit des résultats plus proches des résultats expérimentaux où la valeur des contraintes entre les pics est aussi très faible (cf. figure 1.9).

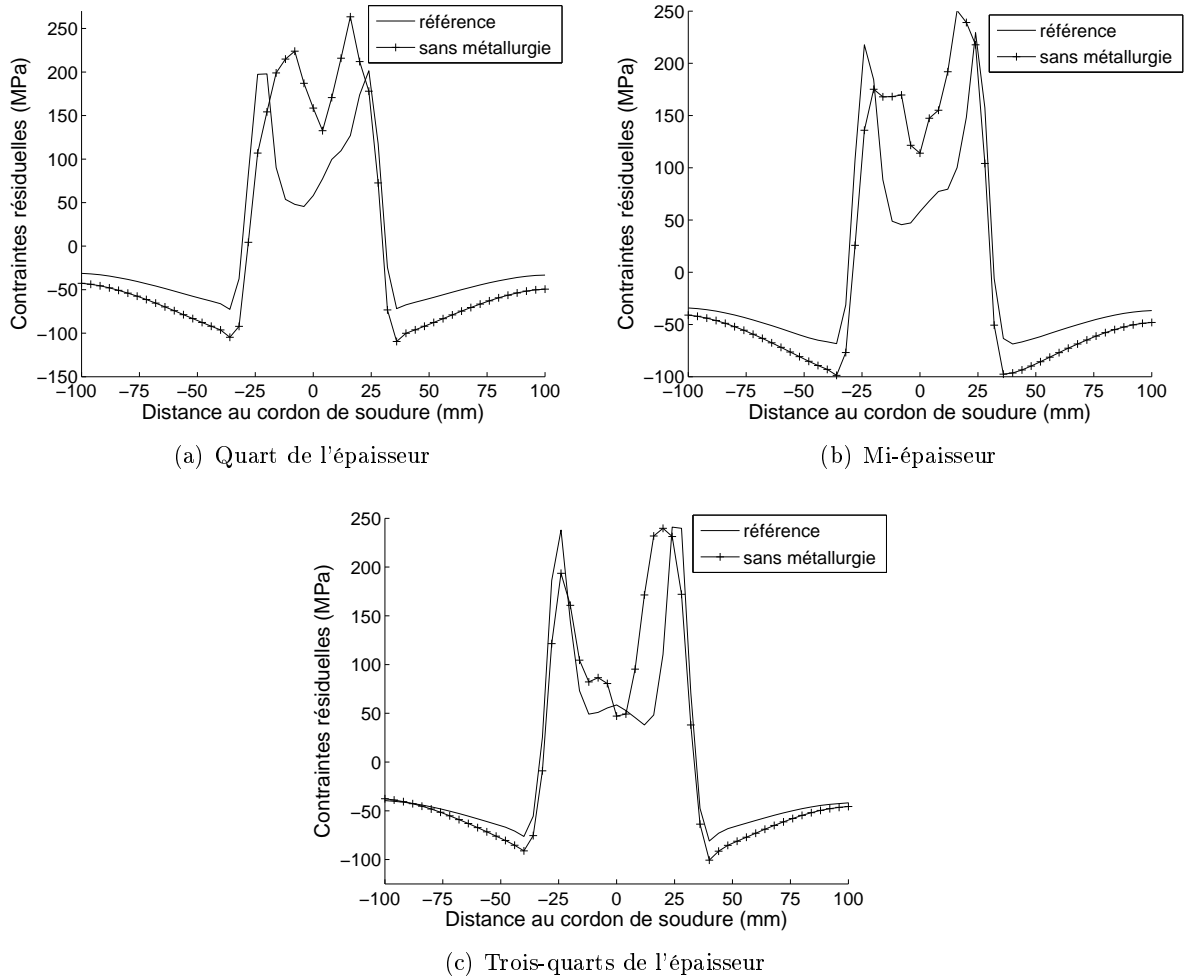


FIG. 3.30 : Influence de la prise en compte ou non du modèle métallurgique sur la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles (la “retreating side” est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

Cependant, on remarque que sur la figure 3.30(c), i.e. aux trois-quarts de l'épaisseur de l'assemblage, les profils sont très similaires, contrairement aux figures 3.30(a) et 3.30(b). Ceci peut être une conséquence de la force de plongée appliquée par l'outil sur les plaques. Cet effort jouerait donc un rôle plus important au niveau supérieur des plaques qu'au niveau inférieur.

3.7.3 Influence de la vitesse de soudage

Dans cette section, l'influence de la vitesse de soudage sur le profil des contraintes résiduelles est étudiée. Pour cela, seul ce paramètre est modifié par rapport à la configuration de soudage présentée plus haut. Précisons qu'il s'agit de “tests numériques” et, qu'en réalité, d'autres paramètres (force de plongée,...) peuvent aussi être modifiés si l'on décide de modifier la vitesse de soudage en vue d'obtenir une configuration de soudage optimale.

Les résultats présentés sur la figure 3.31 illustrent l'influence de la vitesse de soudage sur l'état résiduel de l'assemblage. Tout d'abord, on constate sur la figure 3.31(a) que plus la vitesse

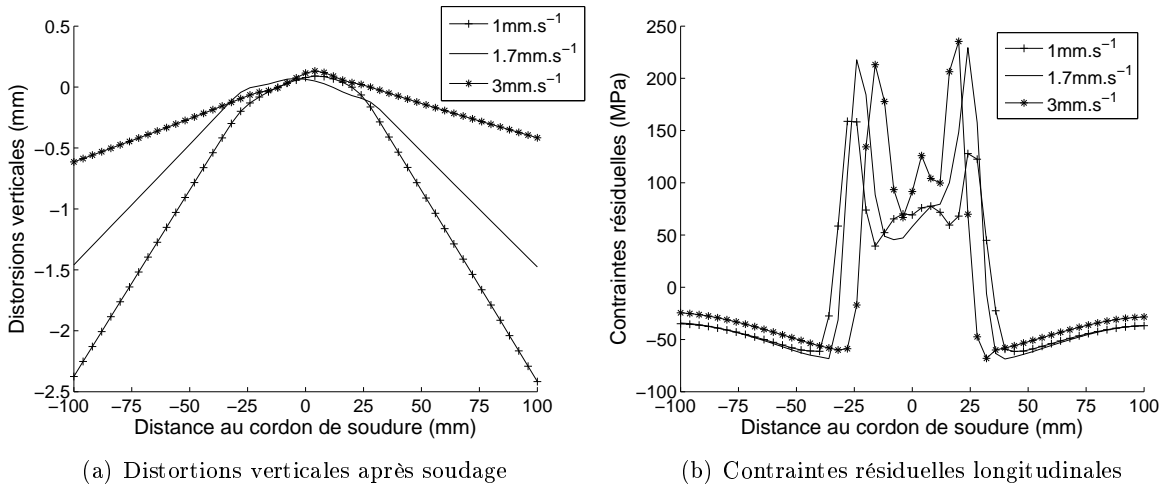


FIG. 3.31 : Étude de l'influence de la vitesse de soudage sur l'état résiduel d'un assemblage soudé par friction et malaxage (la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

de soudage est élevée, i.e. plus le soudage est "froid", plus les distorsions sont faibles. Concernant la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles, deux remarques peuvent être effectuées à partir de la figure 3.31(b) :

- Premièrement, les courbes relatives aux vitesses de 1 mm.s^{-1} et 1.7 mm.s^{-1} montrent que les pics sont d'autant plus élevés et marqués que la vitesse de soudage est élevée. Une différence de 50 MPa (resp. 100 MPa) existe pour le pic situé au niveau de la "retreating side" (resp. "advancing side"). Cette tendance apparaît aussi dans les travaux expérimentaux de [Wang *et al.*, 2000] où des mesures de contraintes résiduelles ont été effectuées sur deux assemblages identiques soudés à deux vitesses différentes. Ces résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 1.9.
- Ensuite, on constate que plus la vitesse de soudage est élevée, plus la région entre les deux pics est étroite. Cette tendance se vérifie pour les trois vitesses étudiées sur la figure 3.31(b) et plus particulièrement pour le cas $v = 3 \text{ mm.s}^{-1}$ où la bande est beaucoup plus étroite que pour les deux autres cas. En effet, les deux pics sont éloignés de 55 mm pour une vitesse de soudage de 1 mm.s^{-1} , 50 mm à 1.7 mm.s^{-1} et 36 mm à 3 mm.s^{-1} . Cette tendance s'explique par le fait que la quantité de chaleur fournie aux plaques est d'autant plus faible que la vitesse de soudage est élevée. Ceci a pour conséquence de diminuer l'apport de chaleur au sein des plaques et donc de diminuer la taille de la région où la dissolution des précipités est totale. Ainsi, les deux pics ont tendance à se rapprocher l'un de l'autre.

3.7.4 Influence de la vitesse de rotation de l'outil

De même que dans la section précédente, cette section est consacrée à l'étude de l'influence de la vitesse de rotation de l'outil sur les distorsions et contraintes résiduelles, tous les autres paramètres restant inchangés même si la configuration de soudage considérée pour ces "tests numériques" n'est pas optimale.

Les tendances apparaissent moins distinctement sur ces résultats que lors de la section précédente. Néanmoins, concernant les distorsions verticales sur la figure 3.32(a), on remarque que

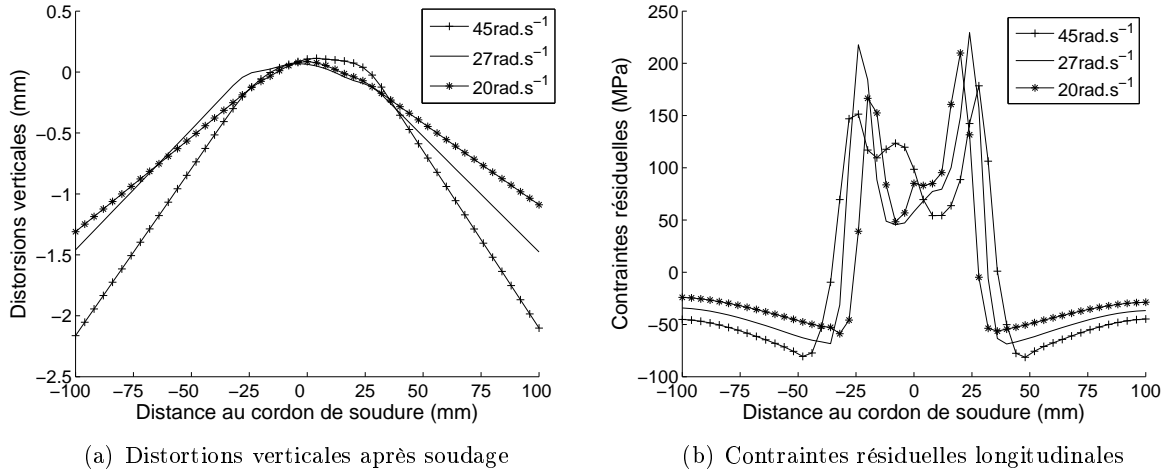


FIG. 3.32 : Étude de l'influence de la vitesse de rotation de l'outil sur l'état résiduel d'un assemblage soudé par friction et malaxage (la "retreating side" est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

plus la vitesse de rotation de l'outil est élevée, i.e. plus le soudage est "chaud", plus les distorsions sont importantes.

Concernant la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles, il apparaît que la région entre les deux pics est d'autant plus large que la vitesse de rotation est élevée. Un raisonnement similaire au précédent permet d'expliquer cette tendance : plus la vitesse de rotation est grande, plus importante est la quantité de chaleur fournie aux plaques, plus large est la région où la dissolution des précipités est totale, et donc, plus les pics sont éloignés.

3.8 Influence des paramètres α et β sur le modèle

Dans cette section, l'influence des paramètres α et β sur les températures et les contraintes résiduelles est étudiée. Comme illustré par la figure 3.7 et suite à la discussion de la section 3.2.4, cette étude paramétrique apparaît nécessaire pour valider l'ensemble des résultats présentés dans les sections précédentes. Pour cela, trois autres couples (α, β) ont été considérés au sein de la vallée de minima ; ils sont représentés en bleu sur la figure 3.33.

Le tableau 3.11 compare les champs de température pour chacun de ces trois nouveaux couples en prenant comme référence le couple initialement choisi. On constate que l'erreur relative est faible et donc acceptable pour les trois cas ; elle vaut au maximum 4.48% pour le troisième cas considéré. Ceci permet de conclure que la position des paramètres (α, β) dans la vallée ne joue pas un rôle important pour le champ de température. Cette remarque était cependant prévisible car la vallée de minima représentée sur la figure 3.33 est liée à la fonction coût δ introduite à l'équation (3.1) et estimant l'écart entre les champs de température expérimentale et simulée en quelques points autour de l'outil. La seule information supplémentaire que nous fournissent ces résultats est que les champs de température obtenus à partir de ces quatre couples sont proches les uns des autres sur l'ensemble de la géométrie.

La figure 3.34 expose les profils de la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles pour les différents couples de paramètres considérés. On constate que les profils sont très similaires pour les couples $(\alpha = 0.008, \beta = 0.7)$, $(\alpha = 0.009, \beta = 0.65)$ et $(\alpha = 0.01, \beta = 0.6)$. Pour le dernier

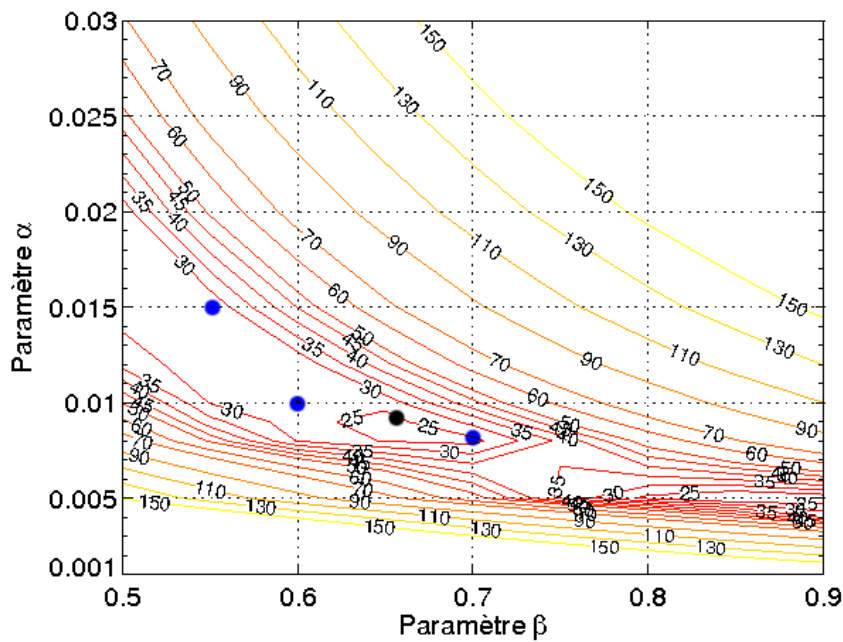


FIG. 3.33 : Représentation des couples (α, β) considérés au sein de la vallée de minima pour l'étude paramétrique (en bleu) : $(\alpha = 0.008, \beta = 0.7)$, $(\alpha = 0.01, \beta = 0.6)$ et $(\alpha = 0.015, \beta = 0.55)$. En noir, est représenté le couple $(\alpha = 0.009, \beta = 0.65)$ adopté depuis le début de l'étude.

Couple (α, β)	Erreur relative	Température maximale
$(\alpha = 0.008, \beta = 0.7)$	1.32 %	511°C
$(\alpha = 0.01, \beta = 0.6)$	0.968 %	505°C
$(\alpha = 0.015, \beta = 0.55)$	4.48 %	511°C

TAB. 3.11 : Erreurs relatives des champs de température par rapport au couple $(\alpha = 0.009, \beta = 0.65)$ initial et températures maximales pour les trois couples (α, β) considérés.

couple $(\alpha = 0.015, \beta = 0.55)$, on observe de plus grandes variations dans une région très localisée entre les deux pics avec une zone où les contraintes résiduelles sont plus importantes. Cependant, la largeur de la bande et les profils des deux pics restent très similaires au cas de référence grâce à la bonne corrélation du champ de température. Ceci permet de conclure que le choix de caler les deux paramètres α et β sur un champ de température expérimental est pertinent car il s'agit d'un champ prépondérant dans tout procédé de soudage et que son estimation doit donc être la meilleure possible vis-à-vis du champ réel.

3.9 Conclusions

En conclusion de ce chapitre, les principaux résultats et tendances obtenus lors de ce travail sont résumés dans ce qui suit.

Concernant le processus d'optimisation, il a été vu que les trois paramètres permettant de

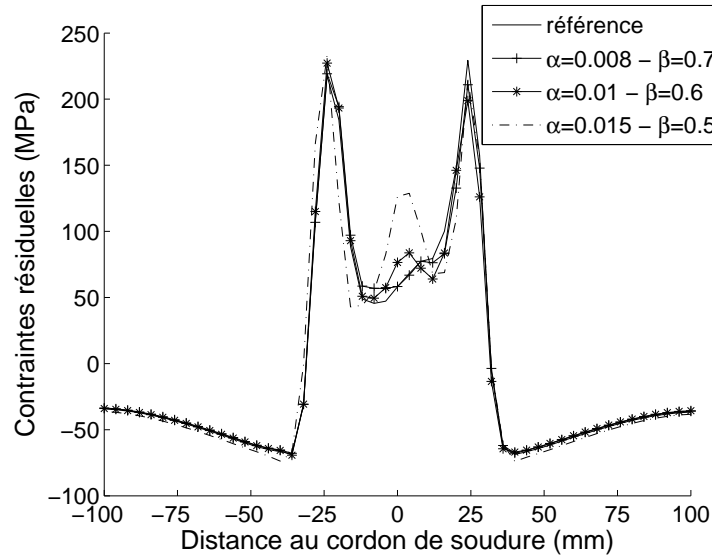


FIG. 3.34 : Comparaison des profils de la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles pour les trois couples (α, β) considérés au sein de la vallée de minima avec le couple $(\alpha = 0.009, \beta = 0.65)$ de référence (la “retreating side” est caractérisée par les valeurs négatives de la distance au cordon de soudure).

définir complètement le problème ont été déterminés en ajustant au mieux le champ thermique simulé sur des valeurs de température expérimentales. A posteriori, le choix de baser l'estimation de ces deux paramètres sur le champ de température est opportun car cette grandeur physique est à la base du modèle mis en place, et, plus généralement, de toute modélisation de procédé de soudage. D'un point de vue pratique, accéder expérimentalement à un champ thermique est aussi plus facile et plus sûr qu'accéder à un champ de contraintes résiduelles, par exemple. Le processus d'optimisation a mis en évidence une vallée de minima pour la fonction coût adoptée, rendant la détermination des deux paramètres problématique. Cependant, il a été démontré que considérer des couples de paramètres distincts au sein de cette vallée ne génère pas de variations de résultats trop importantes.

Concernant la première étape du modèle dont le but est de déterminer le champ de température et l'écoulement visqueux autour de l'outil, les résultats suivants ont été obtenus :

1. le champ de température est globalement symétrique par rapport à l'axe longitudinal de soudage ;
2. la seule dissymétrie du champ thermique est visible au niveau de la zone de contact outil-matière mais celle-ci s'estompe rapidement ;
3. la principale source de chaleur pour le modèle mis en place est la source de chaleur surfacique correspondant à la chaleur libérée par le frottement ;
4. le terme convectif dans l'équation de Navier-Stokes peut être supprimé ;
5. le modèle purement visqueux ainsi que la nature des conditions aux limites adoptés ne permettent pas de mettre en évidence la couche limite de cisaillement au niveau du contact outil-matière.

Concernant la seconde étape du modèle dont le but est d'estimer l'état mécanique résiduel

d'un assemblage soudé en tenant compte de la dissolution des précipités durcissants, les principaux résultats obtenus sont les suivants :

1. Bien que simple, le modèle métallurgique adopté permet de capter les principales évolutions métallurgiques et d'en tenir compte dans l'estimation de l'état résiduel d'un assemblage soudé par friction et malaxage. D'autre part, la prise en compte de ce modèle donne une meilleure évaluation de cet état résiduel.
2. Le profil de contraintes résiduelles longitudinales obtenu met en évidence deux pics. Ils se situent au niveau de la zone de discontinuité de la fraction de précipité dissous et donc de la limite d'élasticité. De plus, le profil obtenu est globalement symétrique par rapport à l'axe longitudinal de soudage.
3. Il a été démontré que le modèle métallurgique joue un rôle sur la valeur des contraintes résiduelles longitudinales entre les deux pics mais qu'il n'est pas seul à l'origine de ces deux pics.
4. Faute de données expérimentales sur l'état résiduel pour la configuration de soudage simulée, il n'a pas été possible de comparer quantitativement ces résultats. Une appréciation qualitative est cependant possible et permet de conclure que le profil à deux pics obtenu est comparable aux profils expérimentaux ; d'autant plus que le rapport entre les contraintes résiduelles simulées maximales et la limite d'élasticité de l'alliage de base est du même ordre de grandeur que celui issu de travaux expérimentaux de la littérature et obtenu pour d'autres configurations de soudage.

Enfin, l'influence de quelques paramètres de soudage a été étudiée :

1. plus la vitesse de soudage est élevée, plus les distorsions sont faibles, plus les pics de la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles sont élevés, marqués et rapprochés ;
2. plus la vitesse de rotation de l'outil est élevée, plus les distorsions sont importantes et plus les pics de la composante σ_{xx}^{res} des contraintes résiduelles sont éloignés.

En outre, il est intéressant de connaître le rendement η d'un tel procédé de soudage. On définit ce rendement comme le rapport entre la puissance $P_{chaleur}$ dissipée dans les plaques sous forme de chaleur et la puissance mécanique $P_{fournie}$ fournie à l'outil. La valeur de $P_{chaleur}$ a été calculée et vaut 2828W. La valeur de $P_{fournie}$ correspond au produit entre le couple appliqué à l'outil et la vitesse de rotation de celui-ci :

$$P_{fournie} = C_{outil} \cdot \omega_{outil}$$

où C_{outil} est défini par $C_{outil} = \int_{\partial\Omega_c} \tau r dS$. Ω_c représente la surface de contact entre l'outil et la matière, τ la norme du vecteur cisaillement sur cette surface et r la distance à l'axe de l'outil. Un simple calcul fournit les résultats suivants :

$$\begin{cases} C_{outil} = 172N.m \\ \eta = 61\% \end{cases}$$

La principale limite au modèle développé dans ce travail réside dans le fait que les paramètres α et β englobent implicitement plusieurs phénomènes physiques telles que la description du contact outil-matière, la répartition de la dissipation de chaleur et plusieurs paramètres physiques tels que le coefficient de frottement, par exemple. Ainsi, l'étude réalisée ci-dessus est propre à la configuration de soudage adoptée et le choix des paramètres α et β ne peut pas être généralisé à une autre configuration de soudage (dimensions des plaques, nature de l'alliage,...). Une phase

préliminaire de détermination de ces deux paramètres est donc nécessaire, ce qui implique la connaissance d'un champ de température expérimental. Cependant, les études paramétriques effectuées dans les sections 3.7.3 et 3.7.4 sur les vitesses de soudage et de rotation de l'outil et surtout les tendances dégagées restent valables car les configurations considérées sont proches de la configuration de référence.

Chapitre 4

Perspectives : vers une modélisation unifiée du friction stir welding ?

4.1 Introduction

Dans les deux chapitres précédents, une modélisation prédictive du procédé de soudage par friction et malaxage a été construite et présentée. La principale hypothèse de la deuxième étape de ce modèle est de travailler dans le cadre des déformations infinitésimales. En particulier, la loi de comportement adoptée présente les principales caractéristiques suivantes : utilisation du tenseur de déformation linéarisé $\boldsymbol{\varepsilon}$, partition additive du tenseur de déformation $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$, absence de non-linéarités géométriques,...

Bien que cette hypothèse ne soit pas remise en cause par les résultats (ceci est principalement dû au fait que la couche de cisaillement n'a pas été prise en compte par le modèle), il semble plus correct de travailler dans un cadre plus élargi sans se restreindre à l'hypothèse des déformations infinitésimales. Il s'agit notamment d'utiliser une loi de comportement adaptée aux grandes déformations : utilisation du tenseur de déformation non linéarisé, partition multiplicative du gradient de transformation, prise en compte des non-linéarités géométriques,...

Ce chapitre est consacré à l'étude de la faisabilité de tels objectifs à partir de l'amélioration du modèle construit jusqu'ici. Pour cela, le premier objectif consiste en la construction d'une modélisation du procédé en une seule étape. En effet, lors de la mise en place du modèle, un calcul en deux étapes nous a semblé, tout d'abord, nécessaire car les trajectoires suivies par la matière constituent une inconnue du problème. Utiliser la méthode de calcul stationnaire issue des travaux de [Maitournam, 1989] n'est donc pas possible puisqu'elle est basée sur la connaissance a priori des lignes de courant supposées rectilignes. Une étape préliminaire était donc nécessaire pour déterminer ces lignes de courant.

On se propose, dans ce chapitre, de construire une méthode de calcul stationnaire similaire à celle utilisée jusqu'ici mais dans laquelle les lignes de courant sont a priori inconnues et seront déterminées par le processus numérique. La mise en place d'un tel algorithme est décrite dans la première section. Ensuite, cet algorithme sera appliqué au procédé de laminage en vue de le valider et son applicabilité à la simulation du procédé de soudage par friction et malaxage sera étudiée.

4.2 Élaboration d'une méthode de calcul stationnaire en grandes déformations

Dans cette section, nous présentons une méthode de calcul stationnaire dans le cadre des grandes déformations. Ceci signifie que les non-linéarités géométriques et un tenseur de déformation non linéarisé sont pris en compte en comparaison avec l'algorithme de calcul stationnaire initial adopté dans les chapitres précédents.

La section 4.2.1 est consacrée à l'étude du transport des déformations plastiques dans le cadre du nouvel algorithme présenté à la section 4.2.2.

4.2.1 Transport des déformations plastiques

Dans cette section, un problème lié à l'étape 4 du tableau 2.3 est étudié. Cette étape concerne le transport des déformations plastiques parallèlement aux lignes de courant. Nous expliquons tout d'abord le problème intervenant lors d'un tel transport dans le nouveau cadre d'étude puis nous présentons la mise en œuvre de ce transport dans les cas rectiligne et curviligne.

Transport des déformations plastiques dans le cadre général

La méthode de calcul stationnaire mis en œuvre par [Maitournam, 1989] et présentée dans la section 2.3.4.1 présente quelques règles concernant la génération du maillage : il doit suivre la forme des lignes de courant, comme indiqué sur la figure 2.12. Cette contrainte est nécessaire car la détermination de l'état plastique stationnaire est effectuée de proche en proche sur une ligne de courant en partant de l'état initial supposé connu.

Considérons donc une ligne de courant paramétrée par l'abscisse curviligne s (cf. figure 4.1). Sur cette ligne de courant, on repère deux points $\mathbf{x}(s)$ et $\mathbf{x}(s + ds)$ et on étudie le transport des déformations plastiques entre ces deux points parallèlement à la ligne de courant. Pour cela, on étudie la rotation entre le repère $(\mathbf{t}(s), \mathbf{n}(s))$ et le repère $(\mathbf{t}(s + ds), \mathbf{n}(s + ds))$.

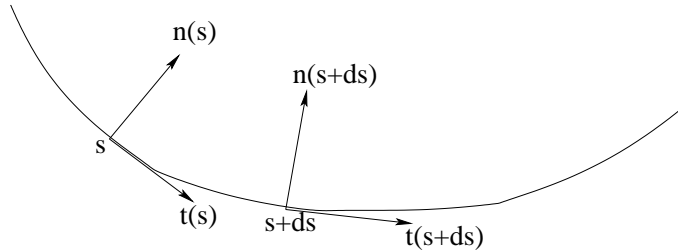


FIG. 4.1 : Transport parallèle à une ligne de courant.

En remarquant que $\mathbf{t}(s + ds) = \mathbf{t}(s) + \frac{ds}{\rho} \mathbf{b} \wedge \mathbf{t}$ où $\mathbf{b} = \mathbf{t} \wedge \mathbf{n}$ et ρ est le rayon de courbure, la rotation \mathbf{R} est déterminée par la relation

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{X} + \frac{ds}{\rho} \mathbf{b} \wedge \mathbf{X}. \quad (4.1)$$

Mise en œuvre du transport des déformations plastiques dans le cadre rectiligne

Dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, les lignes de courant sont rectilignes. La rotation \mathbf{R} de l'équation (4.1) est égale à l'identité. Le transport des déformations plastiques

parallèlement à une ligne de courant est illustré par la figure 4.2. Numériquement, ce transport s'effectue de points de Gauss à points de Gauss.

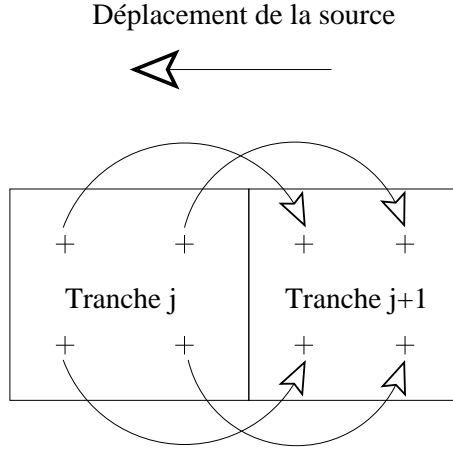


FIG. 4.2 : Transport de la déformation plastique de points de Gauss à points de Gauss.

Mise en œuvre du transport des déformations plastiques dans le cadre curviligne

Dans le cadre des grandes déformations, les lignes de courant peuvent ne plus être rectilignes. On est alors confronté au problème illustré par la figure 4.3 : comment tenir compte de la rotation des éléments lors du transport des déformations plastiques de la tranche j à la tranche $j + 1$?

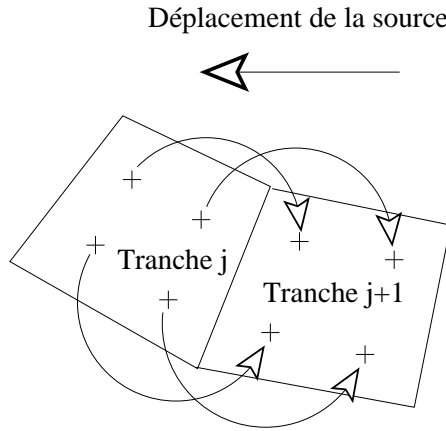


FIG. 4.3 : Transport de la déformation plastique de points de Gauss à points de Gauss pour des trajectoires curvilignes.

Pratiquement, cette rotation est déterminée à partir du gradient de la transformation permettant de passer de la tranche j à la tranche $j + 1$. Ce gradient de transformation s'écrit sous la forme $\mathbf{F}_j^{j+1} = \nabla_{\mathbf{x}_j} \mathbf{x}_{j+1}$. Il se décompose en une déformation pure \mathbf{U}_j^{j+1} et une rotation \mathbf{R}_j^{j+1} entre les trièdres relatifs à la configuration de la tranche $j + 1$ et de la tranche j . Le tenseur des déformations pures droit \mathbf{U}_j^{j+1} est symétrique défini positif et la matrice \mathbf{R}_j^{j+1} est une matrice de rotation. Elle est donc orthogonale. La décomposition polaire du gradient de transformation \mathbf{F}_j^{j+1} peut s'écrire :

$$\mathbf{F}_j^{j+1} = \mathbf{R}_j^{j+1} \cdot \mathbf{U}_j^{j+1} \quad (4.2)$$

Le transport de la déformation plastique doit tenir compte de la rotation entre les tranches j et $j + 1$. Les déformations plastiques doivent donc être écrites dans le repère ayant subi cette rotation :

$$\mathbf{e}_j^{p^R} = \mathbf{R}_j^{j+1} \mathbf{e}_j^p \mathbf{R}_j^{j+1} \quad (4.3)$$

où \mathbf{e}_j^p correspond aux déformations plastiques dans la tranche j et $\mathbf{e}_j^{p^R}$ correspond aux mêmes déformations plastiques mais écrites dans la base de référence liée à la tranche $j + 1$.

La décomposition polaire d'un champ de gradient est implémentée sous Castem. La méthode retenue pour déterminer cette matrice de rotation est détaillée dans [Salençon, 2001]. Elle consiste à remarquer que le tenseur des dilatations de Cauchy-Green droit s'écrit en fonction de \mathbf{U} sous la forme : $\mathbf{C} = \mathbf{U}^2$. Ainsi, \mathbf{C} et \mathbf{U} ont mêmes directions propres et les valeurs propres de \mathbf{U} sont les racines positives des valeurs propres de \mathbf{C} . Ceci permet de déterminer complètement \mathbf{U} . Ensuite, il est alors facile de calculer la matrice de rotation par la relation 4.2.

La mise en œuvre du transport d'une grandeur le long d'une géométrie dont les lignes de courant ne sont pas rectilignes a été testée sur un exemple simple. Nous avons considéré une géométrie dont la transformation entre la tranche initiale et la tranche finale comporte une rotation globale égale à l'identité. Suite à la dégradation du transport due à des séries d'approximations numériques, on a constaté qu'il était préférable de considérer la rotation entre la tranche j et la tranche $j + 1$ comme une composition de la rotation entre la tranche j et la tranche 1 avec la rotation entre la tranche 1 et la tranche $j + 1$, ce qui a conduit à des résultats acceptables.

4.2.2 Méthode de calcul stationnaire en grandes déformations

Dans cette section, l'algorithme de calcul stationnaire élastoplastique mis en place est présenté dans le cas de lignes de courant non rectilignes. Il s'appuie sur la même méthode que celle mis en place dans le cas de lignes de courant rectilignes et d'un comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire. En outre, le transport des déformations plastiques s'effectue en tenant compte de la relation (4.3). Une inconnue supplémentaire s'ajoute cependant au cadre précédent : il s'agit de la forme des lignes de courant. Celles-ci sont déterminées de façon itérative en s'inspirant des travaux de [Ouakka, 1993].

Modélisation du comportement élastique en grandes déformations

Il existe deux grandes approches pour écrire un comportement élastique dans le cadre des grandes déformations :

- La première approche revient à considérer un comportement hyperélastique basé sur la connaissance de l'expression de l'énergie libre respectant les contraintes thermodynamiques (premier et second principes). Les lois d'état permettent ensuite de relier les contraintes aux déformations. On pense notamment aux lois hyperélastiques de type néo-Hookien.
- La seconde approche revient à adopter un comportement hypoélastique défini par la relation en vitesse suivante

$$\left(\frac{D\boldsymbol{\sigma}}{Dt} \right)_T = \mathbf{L} : \dot{\mathbf{e}}$$

où \mathbf{e} est le tenseur de déformation de Green-Lagrange. La dérivée $\left(\frac{D\boldsymbol{\sigma}}{Dt} \right)_T$ est la dérivée

objective de Truesdell du tenseur σ définie par $\left(\frac{D\sigma}{Dt}\right)_T = \dot{\sigma} + \sigma \operatorname{div} \mathbf{v} - \nabla \mathbf{v} \cdot \sigma - \sigma \cdot {}^t \nabla \mathbf{v}$ où $\nabla \mathbf{v}$ correspond au gradient eulérien des vitesses. L'introduction d'une telle dérivée est rendue nécessaire afin que la réponse du matériau soit indépendante du référentiel d'observation.

Présentation de l'algorithme

L'algorithme présenté au tableau 4.1 peut être décrit de la façon suivante :

1. On suppose connues les lignes de courant. On calcule un champ de déplacement cinématiquement admissible et un champ de contrainte statiquement et plastiquement admissible pour cette géométrie et le chargement considéré.
2. On réactualise la géométrie en fonction du champ de déplacement solution : les lignes de courant sont modifiées à partir de l'écart à l'équilibre des contraintes sur cette nouvelle géométrie.
3. Le processus est répété jusqu'à ce que le champ de contrainte calculé soit en équilibre sur la nouvelle géométrie.

Ainsi, la méthode retenue pour le calcul s'apparente aux méthodes de lagrangien réactualisé car les calculs sont effectués sur une configuration que l'on actualise à chaque itération globale.

Au sein du tableau 4.1, l'exposant noté n se rapporte à la non-linéarité géométrique alors que l'indice noté i est lié à la non-linéarité du comportement mécanique. L'indice noté j repère la tranche considérée. L'étape 4-1 de l'algorithme correspond au transport des déformations plastiques de la tranche T_{j-1} à la tranche T_j en tenant compte de la rotation de la tranche T_j par rapport à la tranche T_{j-1} , comme expliqué dans la section précédente 4.2.1.

Ω représente la géométrie étudiée dans sa configuration initiale. \mathbf{K} représente la matrice de rigidité matérielle du solide considérée dans la configuration indiquée en exposant. \mathbf{F}_{ext} représente, de façon symbolique, les efforts appliqués à la structure. μ et H correspondent aux modules de cisaillement et d'écrouissage cinématique linéaire. \mathbf{L} représente le tenseur d'élasticité de la structure et σ_y sa limite d'élasticité initiale. L'opérateur \mathcal{F} correspond au calcul élastique. Par exemple, dans le cadre de l'élasticité linéaire, l'équation $\mathcal{F}(\mathbf{K}, \mathbf{R}) = \delta \mathbf{u}$ se met sous la forme $\mathbf{K} \delta \mathbf{u} = \mathbf{R}$.

Quelques commentaires sur l'algorithme proposé

Plusieurs remarques peuvent être formulées au sujet de cet algorithme :

1. Les principales caractéristiques de l'algorithme présenté dans le tableau 4.1 sont les suivantes :
 - utilisation du tenseur de déformation de Green-Lagrange non linéarisé \mathbf{e} ;
 - décomposition additive des déformations $\mathbf{e} = \mathbf{e}^{el} + \mathbf{e}^p$;
 - comportement hypoélastique pour la partie réversible et plastique à écrouissage cinématique linéaire pour la partie irréversible.
2. Contrairement aux algorithmes traitant de problèmes à évolution temporelle, le résidu est calculé lors des étapes 5 et 6 à partir des contraintes totales et non des incréments de contraintes. Ceci s'explique par le fait que les déformations plastiques sont calculées intégralement lors de l'étape 4 et non par ajout d'incrément successifs.
3. La structure de l'algorithme ne présente pas un couplage fort, c'est-à-dire, que la géométrie est actualisée une fois un état plastique parfaitement déterminé pour cette géométrie donnée. On peut se poser la question de savoir ce que donnerait un algorithme où ces

Étape 1 : Initialisation générale

$$\Omega^0 = \Omega, \mathbf{K}^0 = \mathbf{K}^\Omega, {}^t\mathbf{B}^0 = {}^t\mathbf{B}^\Omega, \mathbf{R}_0^0 = \mathbf{F}_{ext}, \mathbf{u}_0 = \mathbf{0}, \mathbf{e}_0 = \mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}_0 = \mathbf{0} \text{ et } \mathbf{e}_0^p = \mathbf{0}.$$

Étape 2 : Détermination de la réponse purement élastique

$$\text{calcul de } \delta \mathbf{u}_{i+1} = \mathcal{F}(\mathbf{K}^n, \mathbf{R}_i^n), \text{ de } \delta \mathbf{e}_{i+1} \text{ et de } \delta \boldsymbol{\sigma}_{i+1}^E$$

$$\text{calcul de } \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \delta \mathbf{u}_{i+1}, \text{ de } \mathbf{e}_{i+1} = \mathbf{e}_i + \delta \mathbf{e}_{i+1} \text{ et de } \boldsymbol{\sigma}_{i+1}^E = \boldsymbol{\sigma}_i + \delta \boldsymbol{\sigma}_{i+1}^E.$$

Étape 3 : Test de plasticité sur le critère $f_{i+1} = \sqrt{3J_2(\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^E, H\mathbf{e}_i^p)} - \sigma_y$:

si $f_{i+1} \geq 0$, aller à l'étape 4 ; si $f_{i+1} < 0$, aller à l'étape 6.

Étape 4 : Projection de la solution purement élastique tranche par tranche (notée T_j)

Étape 4-1 : transfert de la déformation plastique de T_{j-1} à T_j

$$\mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^{pR} = \mathbf{R}_{j-1}^j \mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^p {}^t\mathbf{R}_{j-1}^j$$

Étape 4-2 : calcul du critère plastique pour la tranche T_j

$$f_{i+1|T_j} = \sqrt{3J_2\left(\mathbf{L}\left(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^{pR}\right), H\mathbf{e}_i^p\right) - \sigma_y}$$

Étape 4-3 : calcul du multiplicateur plastique et de la direction de la projection

$$\Delta\lambda_j = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{f_{i+1|T_j}}{2\mu + H} \text{ et } \mathbf{n}_j = \frac{\text{dev}\left(\mathbf{L}\left(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^{pR}\right) - H\mathbf{e}_i^p\right)}{\left\|\text{dev}\left(\mathbf{L}\left(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^{pR}\right) - H\mathbf{e}_i^p\right)\right\|}$$

Étape 4-4 : calcul de la déformation plastique de T_j : $\mathbf{e}_{i+1|T_j}^p = \mathbf{e}_{i+1|T_{j-1}}^{pR} + \Delta\lambda_j \mathbf{n}_j$

Étape 5 : Calcul des nouvelles contraintes et du nouveau résidu

$$\boldsymbol{\sigma}_{i+1} = \mathbf{L}\left(\mathbf{e}_{i+1} - \mathbf{e}_{i+1}^p\right) \text{ et } \mathbf{R}_{i+1}^n = \mathbf{F}_{ext} - \int_{\Omega^n} {}^t\mathbf{B}^n \boldsymbol{\sigma}_{i+1}, \text{ puis retour à l'étape 2}$$

Étape 6 : Actualisation de la géométrie $\Omega^{n+1} = \Omega^n + \mathbf{u}_{i+1}$ et calcul de la rigidité \mathbf{K}^{n+1}

transfert des contraintes $\boldsymbol{\sigma}_{i+1}$ sur la nouvelle configuration Ω^{n+1}

$$\text{calcul du nouveau résidu : } \mathbf{R}_0^{n+1} = \mathbf{F}_{ext} - \int_{\Omega^{n+1}} {}^t\mathbf{B}^{n+1} \boldsymbol{\sigma}_{i+1}$$

test de convergence sur le résidu

si non : $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$, $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_{i+1}$ et $\boldsymbol{\sigma}_0 = \boldsymbol{\sigma}_{i+1}$, puis retour à l'étape 2 ; si oui : FIN.

TAB. 4.1 : Méthode de calcul stationnaire dans le cadre des grandes déformations.

deux étapes seraient imbriquées ; autrement dit, où la géométrie serait actualisée dès la fin de l'étape 4 sans attendre d'avoir obtenu une solution cinématiquement, statiquement et plastiquement admissible. Il a été constaté numériquement qu'imbriquer ces deux étapes ne fournissait pas de bons résultats.

4. Une approche en résidu est adoptée pour la détermination des déformations plastiques. Une approche en déformations totales aurait aussi pu être envisagée. Une telle approche revient

à déterminer un champ de déplacement total \mathbf{u} et non un incrément de déplacement $\delta\mathbf{u}$ lors du calcul de la réponse purement élastique (étape 2 de l'algorithme). Pour cela, on résout un problème à déformations plastiques initiales avec pour conditions aux limites le chargement initial \mathbf{F}_{ext} . L'état plastique initial correspond alors aux déformations plastiques de l'itération précédente. Cependant, l'approche en résidu est préférable à une approche en déformations totales car l'actualisation de la géométrie est aussi basée sur un calcul de résidu. On revient sur le choix de l'approche de résolution globale dans la section suivante.

5. Le cas des conditions aux limites en déplacements imposés nécessite un traitement particulier. Sous Castem, la gestion des déplacements imposés est réalisée par l'utilisation de multiplicateurs de Lagrange. De façon symbolique, le système matriciel s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{A} \\ {}^t\mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{X}_d \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

où \mathbf{K} représente la matrice de rigidité matérielle, \mathbf{F}_{ext} et \mathbf{X}_d représentent les efforts extérieurs appliqués et les déplacements imposés, \mathbf{X} correspond aux déplacements solutions du problème. $\boldsymbol{\lambda}$ représente les multiplicateurs de Lagrange associés aux déplacements imposés. La matrice \mathbf{A} permet de relier les noeuds du maillage aux valeurs des déplacements imposés en ces noeuds.

Le traitement des problèmes à déplacements imposés est légèrement différent de celui à efforts et blocages cinématiques imposés. En effet, la prise en compte des déplacements imposés ne doit être effective que lors de la première itération du calcul. Dans le cas contraire, les déplacements imposés se surajouteraient aux déplacements déjà imposés lors de l'itération précédente. Ainsi, pour résumer, le calcul du résidu \mathbf{R}_{i+1}^n lors des étapes 5 et 6 s'effectue en considérant le terme \mathbf{X}_d nul :

$$\mathbf{R}_{i+1}^n = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^t\mathbf{B}^n \boldsymbol{\sigma}_{i+1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

4.3 Application de la méthode stationnaire élastoplastique en grandes déformations

Dans cette section, la méthode stationnaire présentée au tableau 4.1 est appliquée à deux cas : le laminage à froid et le soudage par friction et malaxage. On étudie la performance de cette méthode pour chacun de ces deux cas en fonction de leurs spécificités.

4.3.1 Validation de la méthode par la modélisation du laminage à froid

Présentation du problème

Le procédé de laminage consiste à diminuer l'épaisseur d'une tôle à l'aide de deux rouleaux comme illustré par la figure 4.4. Dans ce qui suit, on ne considère que le problème mécanique du laminage à froid d'une tôle d'aluminium. Pour cela, on adopte la configuration suivante :

- dimensions de la plaque : $0.2 \times 0.05 \times 0.006m$;
- rayon du cylindre : $0.08m$;
- réduction du laminage : 14%.

La loi de comportement choisie est une loi élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire. Ce choix est justifié car on considère ici le matériau à froid et donc aucun effet visqueux n'apparaîtra lors du laminage :

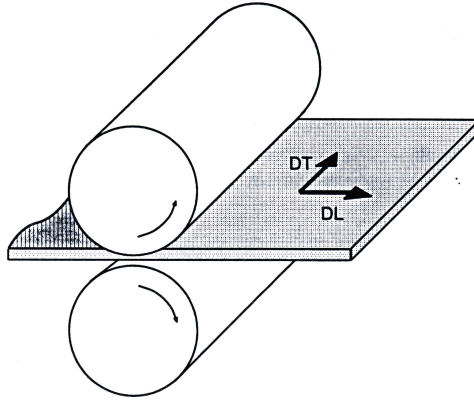


FIG. 4.4 : Description du procédé de laminage (*DL* : direction de laminage, *DT* : direction transverse).

- module de Young : 70GPa ;
- coefficient de Poisson : 0.3 ;
- limite d'élasticité : 150MPa ;
- coefficient d'écrouissage : 1GPa .

Comme le montre la figure 4.4, une symétrie par rapport au plan (DL,DT) peut être considérée ; ce plan se situe à mi-épaisseur de la tôle laminée. De plus, pour le calcul 3D, on se place dans le cadre de déformations planes, ce qui est obtenu en imposant des symétries sur les faces $y = 0$ et $y = 0.05$ où la direction y représente la direction transverse DT comme indiqué sur la figure 4.5.

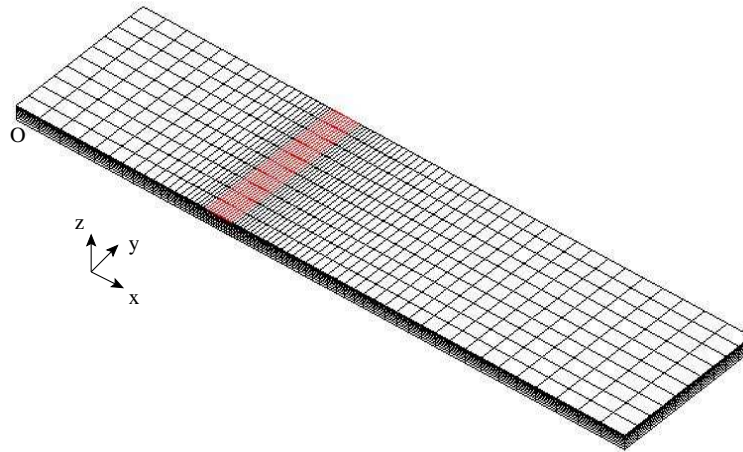


FIG. 4.5 : Géométrie parallélépipédique initiale utilisée pour le laminage à froid. En rouge est représentée la surface de contact avec le cylindre.

Concernant les conditions aux limites pour les noeuds au contact du rouleau, nous avons choisi d'imposer leur déplacement vertical suivant un arc de cercle. D'autres types de conditions aux limites auraient pu être choisies. Imposer un effort de laminage est possible. Cependant, imposer des conditions de frottement et du contact unilatéral semble plus correct. Ces conditions

aux limites sont adoptées dans [Montmitonnet, 2006] où le frottement suit une loi de Coulomb où le vecteur cisaillement est limitée par une valeur limite. Or, le but de cette étude est d'étudier la faisabilité de l'algorithme présenté au tableau 4.1 ; c'est pourquoi, des conditions aux limites simples ont été choisies dans un premier temps.

Présentation de quelques résultats

La figure 4.6 présente les maillages de la configuration initiale et de la configuration finale et met ainsi en évidence la capacité du calcul à prendre en compte les changements de configuration.

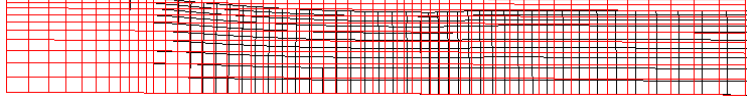


FIG. 4.6 : Déformée du maillage : en rouge (resp. noir) est représentée une portion de la surface latérale (plan $x - z$) du maillage initial (resp. final).

La figure 4.7(a) représente les contraintes équivalentes de Mises en MPa définies par $\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}$. Par rapport à des résultats de la littérature, on constate que les contraintes atteintes sont sensiblement plus élevées. De telles tendances avaient déjà été notées dans [Montmitonnet, 2006] lorsque un comportement élastoplastique est adopté en comparaison de comportements purement visqueux qui sont majoritairement utilisés dans la littérature.

La figure 4.8 montre l'influence de la valeur du coefficient d'écrouissage cinématique linéaire sur le retour élastique après le passage du rouleau. On note que la tendance attendu se retrouve bien sur ces résultats, à savoir que plus ce coefficient est grand, plus le retour élastique est important. À la limite, lorsque ce coefficient est égal au module de Young, on retrouve l'essai de poinçonnement statique. Le retour élastique est total car le comportement n'est plus plastique. Ce résultat prouve ainsi que la méthode présentée est cohérente sur ce point.

On remarque cependant un petit pic sur le profil correspondant à un module d'écrouissage de $1GPa$. Ceci est vraisemblablement dû à la sortie de la zone de contact et donc à la rupture entre une zone où les déplacements sont imposés et une surface libre.

Étude de la convergence

Le critère de convergence adopté porte sur l'erreur en résidu : le rapport de la norme du résidu à l'itération actuelle par la norme du résidu initiale ($\frac{\|R^n\|}{\|R^0\|}$) doit être inférieur à 10^{-12} (comme indiqué sur le tableau 4.1, le résidu initial correspond à la norme de \mathbf{F}_{ext}). La convergence est atteinte après 13 itérations globales. La figure 4.9 présente les erreurs en résidu et en déplacement calculées à la fin de chacune des itérations globales. L'erreur en déplacement présentée sur cette figure correspond au rapport entre la norme du déplacement total à la fin de l'itération globale et la norme du déplacement total à la fin de la première itération. La figure 4.9 montre que ces deux erreurs sont équivalentes.

Le maillage considéré pour le calcul et représenté sur la figure 4.5 comporte plus de 13000 noeuds et 11000 éléments cubiques linéaires. Le temps de calcul est de 35 heures respectivement 18 heures et 9 heures pour un coefficient d'écrouissage valant $1GPa$ respectivement $2GPa$ et $5GPa$.

En conclusion, l'algorithme présenté au tableau 4.1 permet de résoudre le problème que l'on s'était posé en début de chapitre, c'est-à-dire, être capable de déterminer par un processus itératif la forme des lignes de courant. Vis-à-vis du problème étudié par [Ouakka, 1993] (étude du passage

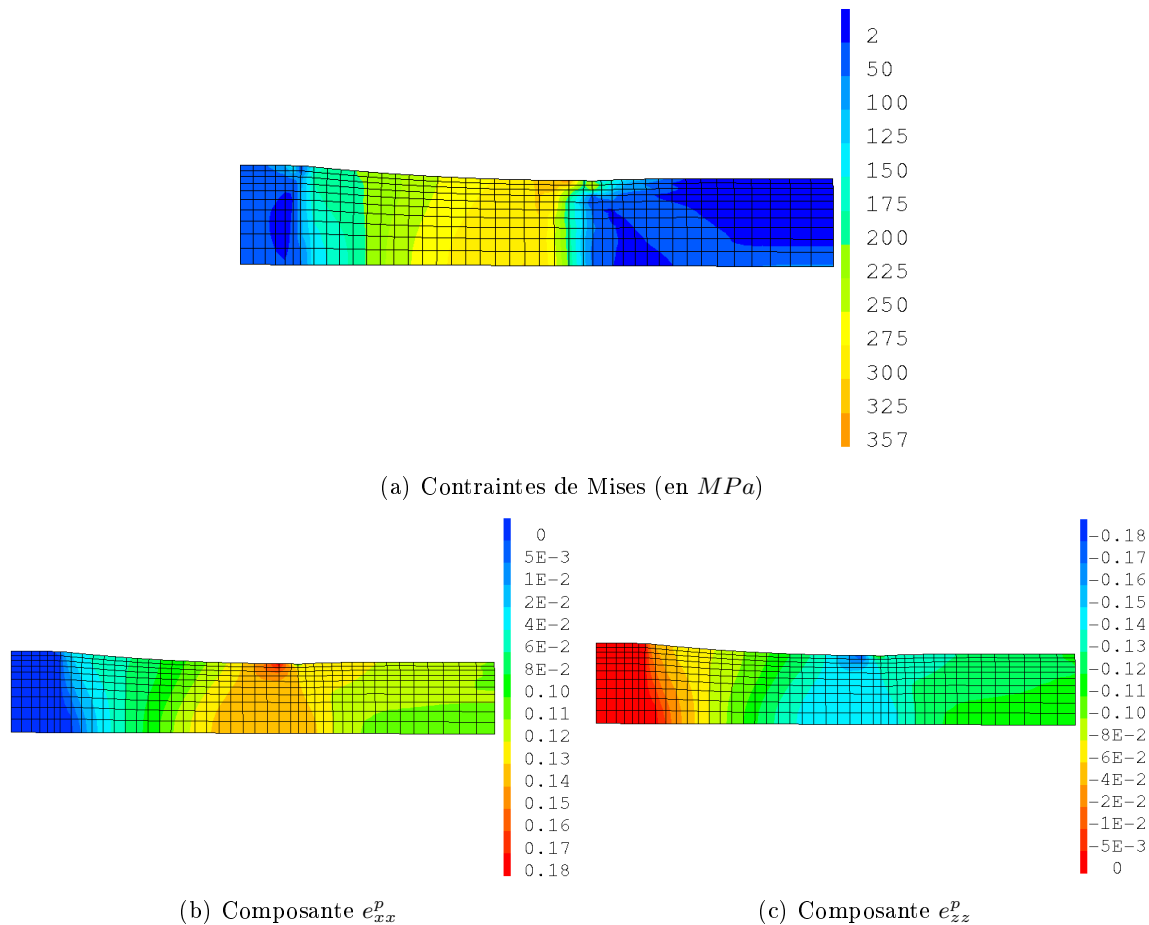


FIG. 4.7 : Contraintes et déformations plastiques sous le rouleau pour un laminage à 14% de réduction.

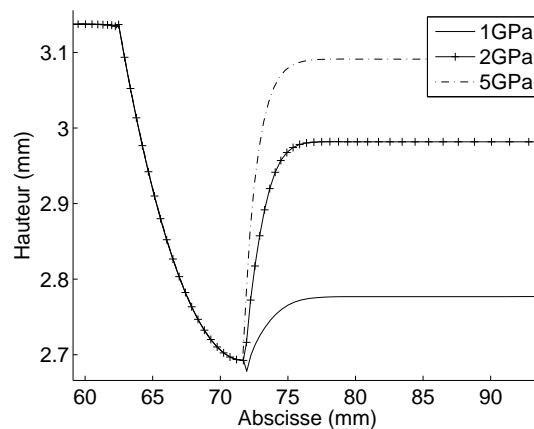


FIG. 4.8 : Influence du coefficient d'écrouissage cinématique linéaire sur le retour élastique après le passage du rouleau.

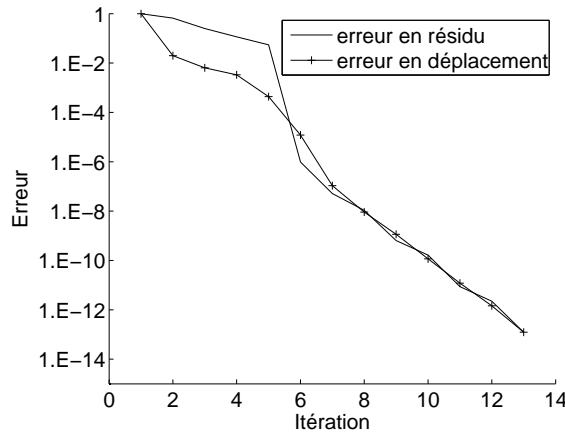


FIG. 4.9 : Étude de la convergence de l'algorithme.

de matière dans une filière), l'exemple considéré ici comporte une surface libre a priori inconnue et donc à déterminer par l'algorithme. De plus, il n'a pas été trouvé dans la littérature de problèmes simulant la phase stationnaire du procédé de laminage avec détermination itérative de la forme des lignes de courant. Tous les travaux effectués dans le cadre stationnaire ont comme point de départ une géométrie fixée dès le début du calcul.

4.3.2 Application au soudage par friction et malaxage

Après avoir validé la méthode de calcul permettant la détermination des lignes de courant de façon itérative, nous avons voulu tester ce calcul pour la simulation du soudage par friction et malaxage. Cependant, plusieurs problèmes ont été rencontrés et l'application de cette méthode de calcul au soudage par friction et malaxage nécessite auparavant de répondre à plusieurs questions. Dans la suite, nous exposons les différents problèmes rencontrés.

Détermination de la configuration initiale

Le premier problème consiste en la détermination de la configuration initiale. En effet, il est préférable (voire nécessaire) de considérer une configuration initiale la plus proche possible de la configuration finale. Pour l'illustrer, on se base sur les lignes de courant obtenues lors d'un écoulement potentiel d'un fluide parfait autour d'un cylindre en rotation. Pour un tel écoulement, les lignes de courant sont obtenues par superposition des potentiels complexes correspondant à

- un écoulement uniforme de vitesse V_∞ : $f(z) = V_\infty z$;
- un écoulement correspondant à un doublet à l'origine d'intensité a : $f(z) = V_\infty \frac{a^2}{z}$;
- un écoulement correspondant à un tourbillon à l'origine de circulation Γ : $f(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z$.

Pour cet écoulement, la vitesse est orthoradiale et vaut $\frac{\Gamma}{2\pi r}$ sur le cercle de rayon r .

La figure 4.10 montre les différents régimes d'écoulement d'un fluide parfait autour d'un cylindre en rotation en fonction des valeurs de Γ , a et V_∞ . Le cas de la figure 4.10(a) met en évidence deux points d'arrêt situés sur le cylindre de rayon a . Le cas de la figure 4.10(b) ne montre qu'un point d'arrêt sur le cylindre. Enfin, pour la figure 4.10(c), il existe un point d'arrêt mais il est situé à l'extérieur du cylindre.

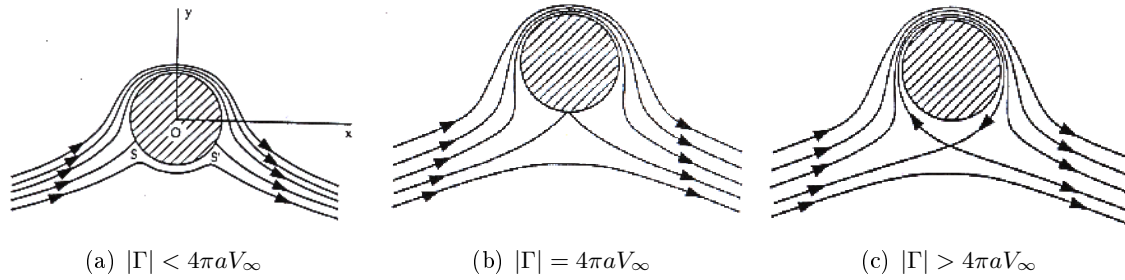


FIG. 4.10 : Les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre en rotation.

Les résultats d'écoulement de matière autour de l'outil lors du soudage (cf. figure 3.14) montrent que le cas de la figure 4.10(c) est plus proche des écoulements obtenus lors du friction stir welding. Une application numérique à partir de la configuration de soudage adoptée dans le chapitre précédent amène à la même conclusion. Pour cela, on relie Γ à la vitesse de rotation de l'outil par la relation $\Gamma = 2\pi a^2 \omega$ et on compare sa valeur numérique ($4.2 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot s^{-1}$) à celle de $4\pi a V_\infty : 1.1 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot s^{-1}$: on est bien dans le cas de la figure 4.10(c).

Cependant, la mise en place d'une configuration initiale à partir des lignes de courant de la figure 4.10(c) semble impossible car celles-ci se croisent. On est donc limité aux configurations des figures 4.10(a) et 4.10(b). Le choix pour la construction du maillage initial s'est porté sur le cas de la figure 4.10(b) car cette configuration est plus proche de la configuration de la figure 4.10(c) que celle de la figure 4.10(a). De même que lors de la justification de l'introduction du paramètre de glissement α (cf. page 57), ce choix se justifie en englobant dans le pion la couche de matière circulant autour de l'outil.

Détermination de la ligne de courant comprenant le point d'arrêt

Le second problème intervient aussi lors de la construction de la configuration initiale. Il s'agit de déterminer la quantité de matière passant d'un côté de l'outil et la quantité de matière passant de l'autre côté. Autrement dit, comment déterminer la position de la ligne de courant comprenant l'unique point d'arrêt pour le régime d'écoulement choisi (cf. figure 4.10(b)) ? Plus précisément, l'inconnue à déterminer est la distance entre la ligne de soudage et un point situé sur cette ligne de courant mais loin devant (ou derrière) l'outil comme représenté sur la figure 4.11.

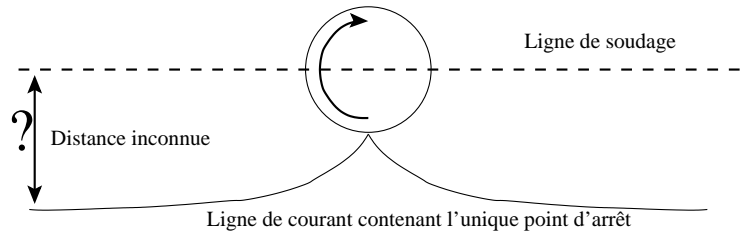


FIG. 4.11 : Détermination de la ligne de courant comprenant le point d'arrêt.

Cette question est importante car il semble impossible de pouvoir déterminer cette inconnue par itérations successives. En effet, l'état de contraintes loin devant l'outil est nul et ne permet donc pas de modifier la position des lignes de courant loin devant l'outil. Cette interrogation

reste encore ouverte et sans réponse. Cela ne nous a donc pas permis d'appliquer l'algorithme au soudage par friction et malaxage.

4.4 Conclusions

Ce chapitre a permis d'étudier la faisabilité d'une des perspectives possibles au travail de modélisation du soudage par friction et malaxage présenté dans les trois premiers chapitres de ce manuscrit. Une méthode de calcul a été développée afin de pouvoir simuler la phase stationnaire du procédé en une seule étape contrairement au modèle présenté dans le deuxième chapitre où deux étapes sont nécessaires. Pour cela, la méthode de calcul mise en place détermine itérativement la forme des lignes de courant à partir d'une configuration initiale donnée.

Le cadre théorique de ce calcul est donné par les caractéristiques suivantes :

1. utilisation du tenseur de déformation de Green-Lagrange non linéarisé ;
2. prise en compte des non linéarités géométriques ;
3. comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire :
 - comportement hypoélastique,
 - décomposition additive du tenseur de déformation en une partie réversible et une partie irréversible ;

La méthode de calcul s'apparente à une méthode de lagrangien réactualisé. En outre, un second algorithme pourrait être imaginé à partir d'une décomposition multiplicative du gradient de la transformation et de l'adaptation au cadre stationnaire de l'algorithme de retour radial écrit par [Simo, 1995; Simo, 1998] sous l'hypothèse d'une décomposition multiplicative.

La validation de la première méthode de calcul a été effectuée sur la simulation du laminage. Des résultats encourageants ont été obtenus car ils font apparaître une actualisation des lignes de courant derrière le rouleau. C'est pourquoi, nous avons voulu ensuite tester cette méthode pour la simulation du soudage par friction et malaxage. Cependant, les tests n'ont pas pu aboutir en raison de difficultés liées à la construction de la configuration initiale.

Conclusions générales

Le travail présenté dans ce manuscrit a porté sur la mise en place d'une modélisation du procédé de soudage par friction et malaxage. Dès le début de l'étude, une recherche bibliographique s'est avérée nécessaire afin de tracer les contours de l'étude et d'apprécier sa faisabilité au regard des objectifs fixés : détermination de l'état résiduel d'un assemblage et étude du rôle de certains paramètres définissant la configuration de soudage.

Comme pour tout procédé de soudage, la description de celui-ci s'appuie sur des considérations multiphysiques rendant complexe sa compréhension et par conséquent sa modélisation. La recherche bibliographique a mis en lumière plusieurs caractéristiques dont une prise en compte la plus rigoureuse possible est indispensable à la réalisation d'une modélisation correcte du procédé :

1. *Description des transferts de chaleur.*

Ce point consiste à définir de la meilleure manière possible les apports et les transferts de chaleur dans les plaques lors du soudage. D'un point de vue global, l'apport de chaleur au niveau de la surface de contact outil-matière provient de la puissance fournie à l'outil sous forme d'un mouvement de rotation. Physiquement, il est admis que la plus grande quantité de chaleur est produite au sein de la couche de cisaillement sous forme de dissipation mécanique générée par les fortes déformations de la matière.

Le modèle mis en place comprend deux sources de chaleur :

- une source de chaleur surfacique générée par le glissement frottant entre l'outil et la matière,
- une source de chaleur volumique correspondant à la dissipation visqueuse.

Parmi ces deux sources de chaleur, il a été constaté que la source de chaleur surfacique constitue le principal apport de chaleur pour les plaques. Ceci s'explique par l'introduction dans le modèle d'un glissement important entre l'outil et la matière qui ne permet pas de mettre en évidence la couche de cisaillement. Ainsi, la dissipation mécanique qui a lieu principalement dans cette couche de cisaillement lors du soudage est transférée au sein de la source de chaleur surfacique afin de retrouver une dissipation globale équivalente dans le modèle mis en place.

Les échanges thermiques avec le milieu extérieur sont caractérisés par un coefficient de convection. Cette description des échanges thermiques est valable pour les surfaces des plaques en contact direct avec l'air ambiant car les dissipations par rayonnement sont très faibles étant donné la faible émissivité d'une plaque en aluminium.

En ce qui concerne la surface de contact entre les plaques et le bâti sur lequel elles reposent, modéliser les échanges thermiques par un coefficient de convection revient à ne pas tenir compte géométriquement du bâti dans le modèle. Cependant, son influence est prise en compte en considérant un coefficient de convection plus important. Ces échanges thermiques auraient aussi pu être modélisés à l'aide d'une résistance thermique au niveau du contact plaque-bâti et d'une diffusion de la chaleur au sein du bâti. L'inconvénient d'une telle méthode est d'ajouter géométriquement le bâti alourdissant inutilement le calcul.

2. *Description des évolutions métallurgiques.*

Le passage d'une source de chaleur sur un alliage métallique provoque un certain nombre de modifications métallurgiques. Il est nécessaire de pouvoir les quantifier car leur rôle sur les évolutions mécaniques est généralement important. Cependant, la prise en compte de ces transformations métallurgiques pose plusieurs difficultés. D'une part, les cinétiques de changement de phase ou de dissolution sont propres à chaque famille d'alliages métalliques ce qui nous a conduit à concentrer le travail sur les alliages d'aluminium à durcissement structural. D'autre part, il est préférable de considérer un modèle métallurgique le plus simple possible ce qui nécessite de ne modéliser que les principales transformations.

Au final, le modèle métallurgique adopté permet de quantifier la dissolution des précipités durcissants dans un alliage d'aluminium à durcissement structural lors du soudage et de relier cette dissolution à la limite d'élasticité du matériau. Ce modèle est simple, reconnu et adapté au soudage d'alliages d'aluminium à durcissement structural bien qu'il ne tienne pas compte de deux autres phénomènes métallurgiques observés : grossissement des précipités dans les zones affectées thermiquement et thermomécaniquement et apparition des zones de Guinier-Preston dans le noyau soudé et la zone affectée thermomécaniquement après soudage.

Cependant, les résultats obtenus sont valables pour les alliages dont l'état de maturation initial est optimal (état T6). Ils font apparaître une dissolution complète des précipités durcissants dans le noyau soudé et la zone affectée thermomécaniquement.

3. *Écoulement de matière autour de l'outil.*

Connaître l'écoulement de matière autour de l'outil est un problème en soi. Il s'agit du sujet d'étude d'un grand nombre de travaux. Leur objectif est d'étudier l'influence de la géométrie de l'outil sur l'écoulement et de pouvoir établir des critères de soudabilité à partir de cet écoulement de matière.

En outre, la connaissance de l'écoulement de matière autour de l'outil permet aussi de pouvoir suivre les particules lors du passage de l'outil et donc de connaître les histoires thermique, métallurgique et mécanique de chaque particule.

Dans le modèle mis en place, un comportement purement visqueux a été adopté pour établir cet écoulement. Le calcul s'apparente ainsi à un calcul d'écoulement de fluide dont la viscosité est une fonction de la température et des vitesses de déformation. Le contact outil-matière a été modélisé par une surface de glissement étant donné les mauvaises connaissances du contact réel.

4. *Comportement de la matière.*

La description du comportement apparaît aussi comme un point crucial et complexe de la modélisation du procédé en raison de la large gamme de comportements intervenant lors du procédé. D'un comportement élastique avant et après le passage de l'outil, le comportement de la matière peut être décrit par une loi élastoplastique à l'approche de l'outil puis par une loi purement visqueuse pour la matière située dans la couche de cisaillement. Idéalement, une loi de comportement permettant de modéliser l'ensemble de ces aspects doit donc être considérée.

Le modèle construit se base successivement sur deux lois de comportement. Premièrement, un comportement purement visqueux est adopté pour le calcul de l'écoulement de matière autour de l'outil. Dans un second temps, un comportement adapté aux remarques précédentes a été choisi. Il s'agit d'un comportement élastoviscoplastique pouvant être schématisé par la mise en parallèle de deux comportements rhéologiques simples : un comportement viscoélastique et un comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire. Les

paramètres de ce comportement sont dépendants de la température. L'avantage d'un tel comportement est de tenir compte des mécanismes de plasticité prépondérants aux faibles températures et des mécanismes de viscosité à températures élevées. Un tel comportement n'avait jamais été utilisé jusqu'à maintenant pour la modélisation d'un procédé de soudage.

Outre ces quatre grandes caractéristiques du procédé de soudage, le cadre stationnaire a été retenu pour la construction du modèle. Cela consiste à ne considérer que la phase stationnaire du procédé, excluant la plongée de l'outil dans les plaques et le régime transitoire. Cette hypothèse n'est pas réductrice vis-à-vis de la réalité car ces phases représentent des zones réduites de l'assemblage et peuvent être supprimées par la suite. Cependant, la suppression du régime transitoire ne permet pas de connaître le chemin suivi pour la stabilisation des grandeurs. Or cette connaissance est importante car elle peut permettre d'expliquer pourquoi une configuration de soudage donnée ne permet pas d'obtenir un régime permanent.

La méthodologie retenue pour la modélisation consiste en une structure à deux parties :

1. *Première étape du modèle.*

Lors de la première étape du modèle, un calcul d'écoulement est couplé à un calcul thermique. Le couplage est fort. Le but du premier calcul est d'obtenir l'écoulement de matière autour de l'outil, c'est-à-dire dans la région où les trajectoires ne sont plus rectilignes. Il est basé sur un comportement purement visqueux ce qui n'est valable que pour une zone très réduite autour de l'outil. Malgré cela, par souci de simplification, nous avons choisi d'adopter un tel comportement pour la totalité des plaques. De plus, la zone de contact outil-matière est modélisée par une surface de glissement. Le second calcul évalue le champ de température lors du passage de l'outil. Les apports de chaleur sont de deux types : une source volumique de chaleur correspondant à la dissipation due au travail des déformations irréversibles et une source surfacique de chaleur correspondant à la chaleur libérée par le frottement entre l'outil et la matière, pondérée d'un coefficient de partage.

Au regard des spécificités propres au procédé énoncées ci-dessus, on constate que la modélisation du contact entre l'outil et la matière est largement simplifiée du fait de l'introduction d'une surface de glissement et d'une source surfacique de chaleur. Cette hypothèse se justifie par la volonté de ne pas vouloir concentrer les recherches sur la description du contact mais d'évaluer de façon globale les grandeurs recherchées. Ainsi, la fine couche de cisaillement n'est pas mise en évidence par un tel modèle.

2. *Seconde étape du modèle.*

La seconde étape du modèle consiste à calculer l'état mécanique résiduel d'un assemblage. Pour cela, on s'appuie sur un comportement élastoviscoplastique plus réaliste que le comportement purement visqueux de la première étape. L'écoulement de matière permet de suivre l'histoire de chaque particule, en particulier lors de son passage autour de l'outil. Le champ de température est non seulement utilisé pour tenir compte de la variation avec la température des paramètres de la loi de comportement adoptée mais aussi pour fournir le cycle thermique vu par la matière au modèle métallurgique choisi. Ce modèle permet de quantifier la dissolution des précipités durcissants lors du passage de la source de chaleur et de relier cette dissolution à la limite d'élasticité du matériau. Le modèle métallurgique adopté est simple, reconnu et adapté au soudage d'alliages d'aluminium à durcissement structural bien qu'il ne modélise pas l'ensemble des phénomènes métallurgiques observés. Enfin, cette seconde étape est effectuée à l'aide d'une méthode de calcul stationnaire permettant d'obtenir directement l'état stationnaire des variables mécaniques.

La seconde étape du modèle est directement conditionnée par la connaissance des résultats de la première étape. Or celle-ci n'est réalisable qu'après avoir fixé trois coefficients : le coefficient d'échange entre les plaques et le support sur lequel elles reposent, le coefficient de partage et le coefficient de glissement au niveau de la zone de contact outil-matière. Le premier de ces coefficients est fixé simplement à partir de comparaisons entre les températures simulées et expérimentales loin de l'outil. Les deux autres coefficients sont déterminés par une procédure d'optimisation qui a pour but de minimiser l'écart entre le champ de température simulé et le champ de température expérimental. Celui-ci a été obtenu à la suite d'essais de thermographie réalisés à l'Institut de Soudure.

Les résultats obtenus sont très encourageants :

- Le champ de température solution présente des valeurs inférieures à la température de fusion de l'alliage. De plus, une symétrie globale par rapport à la direction de soudage est observée. On remarque cependant que le couplage thermohydromécanique lors de la première étape du modèle induit une dissymétrie des températures localement sous l'outil : une différence maximale de 30°C est observée.
- Le modèle métallurgique fournit la fraction de précipités dissous au sein de l'alliage lors du soudage. On constate que la dissolution est totale pour la zone affectée thermomécaniquement et le noyau soudé. Ceci s'explique par l'instabilité des précipités à hautes températures. En outre, on remarque que la dissolution est négligeable lorsque la température maximale atteinte par une particule est inférieure à 225°C . L'importance de la prise en compte de ce modèle métallurgique dans le calcul mécanique des contraintes résiduelles a été montrée.

- Concernant l'état mécanique résiduel, des profils de contraintes résiduelles ont été obtenus et représentés pour différentes épaisseurs dans un plan transversal à la direction de soudage situé dans la zone de régime stationnaire, c'est-à-dire, la zone où l'ensemble des variables mécaniques ne dépendent plus de la direction de soudage. Ces profils correspondent aux contraintes résiduelles après refroidissement complet et débridage des plaques.

Il a été montré que les contraintes résiduelles varient peu selon l'épaisseur des plaques et que la principale composante est la composante longitudinale. Son profil symétrique est caractérisé par deux pics situés dans les zones de forte discontinuité de la limite d'élasticité, de part et d'autre de l'épaule.

Par manque de données expérimentales, des comparaisons des profils de contraintes résiduelles ont été effectuées qualitativement à partir de données issues de la littérature. Un bon accord a été obtenu. De plus, aussi bien expérimentalement que numériquement, on remarque que les valeurs maximales de la composante longitudinale des contraintes résiduelles se situent à 50% de la limite d'élasticité à l'ambiante de l'alliage initial.

- Enfin, l'influence de la vitesse de soudage et de la vitesse de rotation de l'outil a été étudiée au regard des contraintes résiduelles obtenues. Cependant, comme la procédure d'optimisation limite l'utilisation du modèle mis en place à une configuration proche de la configuration expérimentale, seule une légère variation de ces vitesses autour de la configuration expérimentale est envisageable.

Il a été constaté que plus la vitesse de soudage est élevée, plus les distorsions sont faibles et plus les pics de la composante longitudinale sont élevés, marqués et rapprochés. Ceci s'explique par le fait que l'outil se déplace plus vite le long du joint et une plus faible quantité de chaleur est donc générée par frottement. En outre, plus la vitesse de rotation de l'outil est élevée, plus la quantité de chaleur générée par le frottement de l'outil

sur la matière est grande, plus les distorsions sont importantes et plus les pics sont éloignés.

Les ouvertures possibles offertes par ce travail sont multiples :

- ***Confrontations expérimentales à partir de plusieurs configurations de soudage.*** Le travail effectué fournit des résultats satisfaisants au regard des données expérimentales de la littérature et des valeurs de températures mesurées lors des essais par thermographie. Cependant, il serait intéressant de valider l'ensemble du modèle par des résultats expérimentaux correspondant à plusieurs configurations de soudage. Ces confrontations porteraient sur les températures, les distorsions et les contraintes résiduelles dans l'assemblage soudé.
- ***Élaboration d'un modèle unifié.*** Un modèle en une seule étape faciliterait son utilisation. La construction d'un algorithme stationnaire dans le cadre des transformations finies serait alors nécessaire pour mettre en œuvre cette idée. La faisabilité de cette perspective a été étudiée dans le dernier chapitre de ce manuscrit. Un algorithme de calcul stationnaire en grandes déformations a été présenté et appliqué à la simulation du procédé de laminage. Son utilisation pour la simulation du soudage par friction et malaxage semble possible mais des problèmes propres à la simulation de ce procédé de soudage se posent. Ceux-ci doivent être résolus avant d'appliquer cette méthode à la simulation du friction stir welding.
- ***Étude de la phase transitoire.*** Connaître la phase transitoire permettrait d'obtenir des informations supplémentaires sur l'évolution des différents champs physiques et d'étudier la formation du régime permanent.
- ***Construction d'une loi de comportement en transformations finies.*** Une telle loi de comportement permettrait de mieux traiter la zone à grandes déformations. D'autre part, il serait important que cette loi de comportement puisse couvrir l'ensemble des comportements connus par la matière lors du soudage.

Annexe A

Les techniques de modification de domaine des problèmes à surface libre

Cette annexe aborde la question de la modification de domaine posée pour un problème à surface libre lors d'une approche eulérienne. La section 1.4.1 a montré que cette modification de domaine constituait un des principaux inconvénients d'une approche eulérienne. Notons aussi que ce problème ne se pose pas pour les approches euléro-lagrangiennes, au détriment d'un temps de calcul plus important.

Les problèmes à surface libre sont nombreux : simulation de la houle, de la surface libre autour d'une coque de bateau, simulation du laminage à chaud, ... Dans un premier temps, nous posons les équations d'un tel problème afin de mettre clairement en évidence les difficultés supplémentaires intrinsèques à ce type de problème. Pour cela, on note Ω le domaine global délimité par trois types de frontière :

- $\partial\Omega_v$ la surface où les conditions aux limites sont de type « vitesse imposée » ;
- $\partial\Omega_T$ la surface où les conditions aux limites sont de type « effort imposé » ;
- $\partial\Omega_{sl}$ la surface libre.

Seules les deux premières frontières sont géométriquement connues. On suppose un comportement de fluide newtonien incompressible. Un tel problème revient à déterminer le champ de vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ le champ de pression $p(\mathbf{x})$ et la forme de la surface libre $\partial\Omega_{sl}$ pour tout point \mathbf{x} dans Ω telles que les équations suivantes soient vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{équation d'équilibre : } \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad \text{dans } \Omega \\ \text{conditions aux limites : } \left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{v} = \mathbf{v}^d & \text{sur } \partial\Omega_v \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{T}^d & \text{sur } \partial\Omega_T \end{array} \right. \\ \text{loi de comportement : } \left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + 2\mu\mathbf{d} & \text{dans } \Omega \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 & \text{dans } \Omega \end{array} \right. \quad \text{où } \mathbf{d} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + {}^t \nabla \mathbf{v}) \\ \text{surface libre : } \left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0 & \text{sur } \partial\Omega_{sl} \\ \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0 & \text{sur } \partial\Omega_{sl} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(A.1)} \\ \text{(A.2)} \\ \text{(A.3)} \\ \text{(A.4)} \end{array}$$

Vis-à-vis d'un problème classique, un problème à surface libre présente les équations (A.4) supplémentaires. La première condition de (A.4) traduit le fait que la surface est libre d'effort et la seconde condition de (A.4) exprime que les lignes de courant des points matériels de cette surface lui sont tangentes (\mathbf{n} représente la normale extérieure à la surface libre).

Le système à résoudre devient donc plus important car la géométrie du domaine correspond à une partie des inconnues. De plus, un couplage est nécessairement introduit entre les équations :

- la résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (A.1) dépend de la géométrie du domaine,
- les conditions imposées sur la surface libre (A.4) sont fonction de la géométrie de celle-ci et du champ de vitesse issu de la résolution de (A.1).

Cependant, lors d'une résolution numérique, il est d'usage de découpler ce problème pour en faciliter la résolution. Ainsi, le problème mécanique et le problème de la modification du domaine seront résolus de façon itérative jusqu'à convergence de chacun de ces deux problèmes. La résolution du problème mécanique ne fait apparaître que la première condition de (A.4) alors que l'actualisation de la surface libre est réalisée à partir de la deuxième condition de (A.4).

De plus, il est précisé dans [Chenot et Bellet, 1992] qu'une sous-relaxation est souvent nécessaire pour éviter une divergence de la forme de la surface libre lors des itérations. L'algorithme couplé prendra donc la forme suivante :

1. Initialisation : la configuration initiale est imposée arbitrairement.
2. Résolution du problème mécanique pour la surface libre actuelle : \mathbf{v}^i, p^i .
3. Détermination de la géométrie de la surface libre par une méthode quelconque : $\partial\Omega_{sl}^i$.
4. Correction du domaine à l'aide d'une sous-relaxation : $\mathbf{x}_{sl}^i = \alpha \mathbf{x}_{sl}^{i-1} + (1 - \alpha) \mathbf{x}_{sl}^i$ (où $0 \leq \alpha < 1$).
5. Test :
 - si \mathbf{v}^i, p^i et $\partial\Omega_{sl}^i$ convergent, fin de l'algorithme.
 - sinon retour à l'étape 2.

Plusieurs propositions de résolution de l'étape 3 de l'algorithme précédent sont données dans la littérature :

- La première méthode consiste à intégrer le champ de vitesse pour avoir accès aux déplacements des points de la surface libre. Cette technique présente l'inconvénient de ne pas pouvoir être utilisée en régime permanent.
- Une seconde méthode est basée sur le calcul des lignes de courant des points de la surface libre.
- [Chenot et Bellet, 1992] ont développé une méthode basée sur l'optimisation de la fonctionnelle $J = \int_{\partial\Omega_{sl}^{i-1}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})^2 dS_{sl}$.
- La méthode VOF (Volume Of Fluid) permet aussi de déterminer la position de la surface libre (cf. [Hirt et Nichols, 1981]).

Dans ce qui suit, nous choisissons de détailler une autre méthode, en se basant sur les travaux de [Lee *et al.*, 1989]. Elle consiste à écrire la formulation faible de la seconde condition de (A.4) à l'aide de la méthode de Galerkin ce qui signifie que les fonctions tests correspondent aux fonctions de forme du maillage représentant la surface libre. Cette méthode s'inscrit alors dans le cadre d'une discrétisation spatiale par éléments finis. Dans ce qui suit, nous reprenons en les clarifiant et en les corrigeant les principaux points de la méthode développée dans [Lee *et al.*, 1989].

Chaque noeud de la surface est assujéti à se déplacer selon une direction choisie au préalable, notée ici $\tilde{\mathbf{n}}$ (en général, il s'agit de la normale à la surface). On écrira donc

$$\mathbf{x} = \phi(\mathbf{X}) = \mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}} \quad (\text{A.5})$$

où \mathbf{X} est un point de la surface libre à l'itération $(i - 1)$, \mathbf{x} est un point de la surface libre inconnue à l'itération i et $d(\mathbf{X})$ le déplacement en \mathbf{X} selon la direction $\tilde{\mathbf{n}}$. On a ainsi défini une

transformation homogène permettant de passer d'un point \mathbf{X} de $\partial\Omega_{sl}^{i-1}$ à un point \mathbf{x} de $\partial\Omega_{sl}^i$. Dans la suite, on notera $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ la normale à $\partial\Omega_{sl}^i$ au point \mathbf{x} et $\mathbf{N}(\mathbf{X})$ la normale à $\partial\Omega_{sl}^{i-1}$ au point \mathbf{X} .

La formulation faible de la condition de surface libre est écrite sur la surface $\partial\Omega_{sl}^i$:

$$\forall \psi, W = \int_{\partial\Omega_{sl}^i} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{S}_{\mathbf{x}} \psi(\mathbf{x}) = \int_{\partial\Omega_{sl}^i} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}) dS_{\mathbf{x}} = 0$$

On effectue un changement de variable pour pouvoir intégrer sur une surface connue. Pour cela, on utilise la relation de transport d'une surface orientée lors d'une transformation homogène (cf. [Salençon, 2001]) : $d\mathbf{S}_{\mathbf{x}} = J(\mathbf{X})^t \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{X}) d\mathbf{S}_{\mathbf{X}}$ où $J(\mathbf{X}) = \det \mathbf{F}(\mathbf{X})$ est le jacobien de la transformation. On obtient alors :

$$\forall \psi, W = \int_{\partial\Omega_{sl}^{i-1}} \mathbf{v}(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) \cdot ({}^t\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{X})) \psi(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) J(\mathbf{X}) dS_{\mathbf{X}} = 0 \quad (\text{A.6})$$

On remarque que les fonctions tests ψ sont des fonctions définies sur la surface inconnue $\partial\Omega_{sl}^i$. En l'occurrence, il s'agit ici des fonctions de forme associées à chacun des noeuds de $\partial\Omega_{sl}^i$.

J et \mathbf{F} s'expriment à partir de la transformation ϕ définie par (A.5). En ce qui nous concerne, nous considérerons le cas où $\tilde{\mathbf{n}} = [0; 0; 1]$ pour plus de simplicité. On peut alors montrer :

$$J = 1 + \frac{\partial d}{\partial X_3} \quad \text{et} \quad {}^t\mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{J} \frac{\partial d}{\partial X_1} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{J} \frac{\partial d}{\partial X_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$

Ceci permet de simplifier l'équation (A.6) :

$$\forall \psi, W = \int_{\partial\Omega_{sl}^{i-1}} \mathbf{v}(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) \cdot (\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{X})) \psi(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) dS_{\mathbf{X}} = 0 \quad (\text{A.7})$$

avec

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial d}{\partial X_3} & 0 & -\frac{\partial d}{\partial X_1} \\ 0 & 1 + \frac{\partial d}{\partial X_3} & -\frac{\partial d}{\partial X_2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

À ce stade, la discrétisation peut être effectuée en décomposant d sur la base formée par les fonctions de forme ψ_j associées à chacun des noeuds de $\partial\Omega_{sl}^i$ (on note N_n le nombre de noeuds de la surface) : $d(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^{N_n} d_j \psi_j(\mathbf{X})$. Il est alors possible d'écrire le système d'équations permettant de déterminer les déplacements d_j en chacun des noeuds de la surface $\partial\Omega_{sl}^i$:

$$\forall j \in [1; N_n], W_j = \int_{\partial\Omega_{sl}^{i-1}} \mathbf{v}(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) \cdot (\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{X})) \psi_j(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) dS_{\mathbf{X}} = 0 \quad (\text{A.8})$$

On a donc un système de N_n équations à N_n inconnues, notées d_j , système que l'on résout par une méthode classique de Newton-Raphson. Pour cela, on définit la matrice \mathbf{K} , telle que $K_{kl} = \frac{\partial W_k}{\partial d_l}$, et un vecteur \mathbf{f} , tel que $f_k = -W_k$. A priori, si aucune simplification n'est effectuée, ce système est non-linéaire car \mathbf{K} et \mathbf{f} sont des fonctions des d_j . La résolution du système (A.8) suit l'algorithme suivant :

1. Initialisation de $\mathbf{d} : \mathbf{d}_0$
2. Calcul de $\mathbf{K}_i = \mathbf{K}(\mathbf{d}_i)$ et $\mathbf{f}_i = \mathbf{f}(\mathbf{d}_i)$
3. Résolution du système matriciel $\mathbf{K}_i \Delta \mathbf{d}_i = \mathbf{f}_i$
4. Test :
 - si $\Delta \mathbf{d}_i \leq \varepsilon$, fin des itérations
 - sinon retour à l'étape 2 avec $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \Delta \mathbf{d}_i$.

Plusieurs simplifications peuvent être effectuées au niveau du système d'équations (A.8) avant la mise en œuvre numérique. Tout d'abord, au lieu d'utiliser les fonctions de forme de la surface inconnue, on peut utiliser les fonctions de forme associées à la surface connue, $\partial \Omega_{sl}^{i-1}$, notées φ_j . Cette simplification a été faite implicitement dans [Lee *et al.*, 1989]. De plus, il est possible d'effectuer le développement limité suivant : $\mathbf{v}(\mathbf{X} + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}}) = \mathbf{v}(\mathbf{X}) + d(\mathbf{X})\tilde{\mathbf{n}} \cdot \nabla \mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{X})$ en supposant le gradient de vitesse négligeable. Au final, le système d'équations (A.8) peut se réécrire sous la forme linéaire suivante :

$$\forall j \in [1; N_n], W_j = \sum_{\mathcal{E}_{S_j}} \int_{\mathcal{E}_k} \mathbf{v}(\mathbf{X}) \cdot \left(\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{X}) \right) \varphi_j(\mathbf{X}) dS_{\mathbf{X}} = 0 \quad (\text{A.9})$$

où $\mathcal{E}_{S_j} = \bigcup_k \mathcal{E}_k$ est le support de la fonction de forme associée au noeud \mathbf{X}_j . Du fait de la division du domaine d'intégration, la forme du système (A.9) met en évidence les techniques d'assemblage de sous-matrices élément par élément, technique typique des méthodes par éléments finis.

Annexe B

Expression du flux de chaleur à partir de la puissance totale fournie à l'outil

Cette annexe présente le calcul du flux surfacique de chaleur dans le cadre présenté lors de la section 1.4.2.2.1 (page 33) pour la géométrie représentée sur la figure 1.13(c).

La surface de contact est composée de trois surfaces élémentaires : une portion d'un cône de révolution définie par le rayon externe de l'épaulement r_e et par le rayon du pion r_i (zone de contact entre la matière et l'épaulement), une surface latérale d'un cylindre de rayon r_i et de hauteur h (zone de contact entre la surface latérale du pion et la matière), un disque de rayon r_i (zone de contact entre la surface inférieure du pion et la matière).

L'intégration sur les deux dernières surfaces mentionnées est directe. On ne présente donc que l'intégration sur la portion de cône. En outre, le résultat obtenu corrige l'expression fournie par [Schmidt *et al.*, 2004; Schmidt et Hattel, 2004b]. La figure B.1 présente la surface de contact sur laquelle le flux linéaire en r doit être intégré.

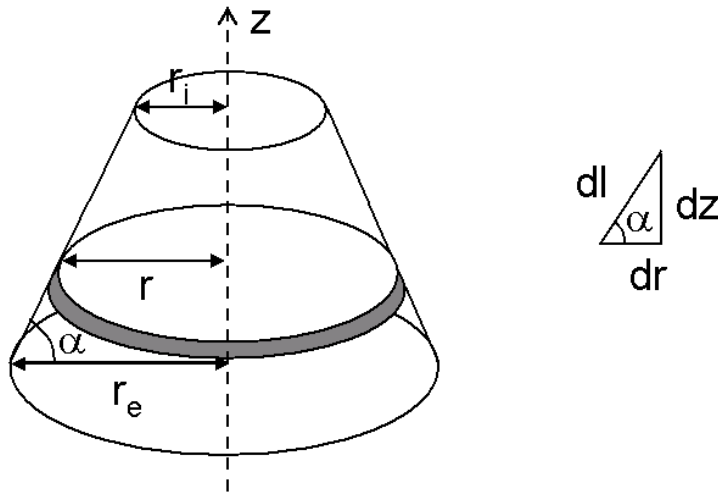


FIG. B.1 : Surface de contact conique entre l'épaulement et la matière.

Pour cela, on considère la bandelette grisée dont l'aire s'exprime par $dS = 2\pi r dl$ où $dl = \frac{dr}{\cos \alpha}$. L'intégration 1.4 sur cette surface de contact S_1 donne alors :

$$\begin{aligned}
\int_{S_1} \Phi^d dS &= \int_{r_i}^{r_e} \beta \frac{2\pi}{\cos \alpha} r^2 dr \\
&= \beta \frac{2\pi}{3} \frac{r_e^3 - r_i^3}{\cos \alpha}
\end{aligned}$$

Au final, on retrouve l'expression du flux surfacique donnée à la section 1.4.2.2.1 :

$$\Phi^d(r) = \frac{P_f}{\frac{2}{3}\pi \left(\frac{r_e^3 - r_d^3}{\cos \alpha} + r_d^3 \right) + 2\pi r_d^2 h} r$$

Le terme $(1 + \tan \alpha)$ de [Schmidt *et al.*, 2004; Schmidt et Hattel, 2004b] est remplacé par le terme $\frac{1}{\cos \alpha}$.

Annexe C

Principes généraux de la thermographie infrarouge

La thermographie infrarouge désigne une technique de mesure permettant d'obtenir une description spatiale et temporelle de l'état thermique d'un corps. Cet état thermique concerne soit la donnée du flux de chaleur soit la température. Il est obtenu par la mesure d'un flux de rayonnement électromagnétique émis et/ou réfléchi par le corps étudié.

Ce rayonnement électromagnétique est provoqué par l'agitation des molécules qui est intimement liée à la notion de température. Les longueurs d'onde de tels rayonnements sont comprises entre $0.1\mu m$ et $1000\mu m$. Cependant la mesure par thermographie infrarouge ne permet de capter les longueurs d'onde qu'entre $2\mu m$ et $14\mu m$ (cf. figure C.1).

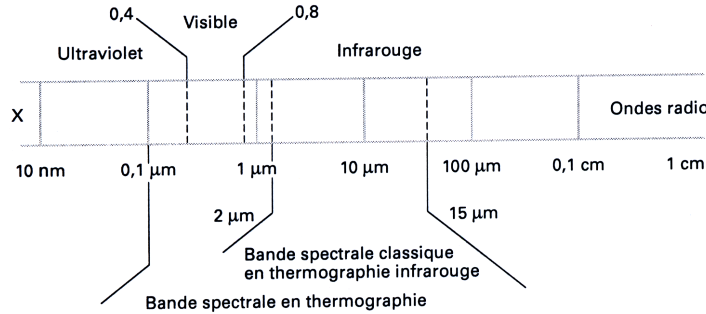


FIG. C.1 : Spectre des rayonnements électromagnétiques.

On définit la luminance énergétique spectrique L_λ comme étant la quantité de rayonnement émis par un élément de surface dS , dans l'angle solide $d\Omega$ autour d'une direction fournie par θ et dans un domaine de bande spectrale $d\lambda$ autour de la longueur d'onde λ :

$$L_\lambda = \frac{d\Phi}{(dS \cos \theta) d\Omega d\lambda}$$

où Φ représente l'énergie émise par unité de temps (en W). La luminance énergétique spectrique, L_λ , s'exprime donc en $W.m^{-3}.sr^{-1}$.

À partir de cette définition, on peut introduire la notion de corps noir qui peut être vu comme un émetteur parfait. Il s'agit d'un corps qui ne réfléchit aucun rayon incident (autrement dit, il absorbe l'intégralité des rayonnements lui parvenant) et qui émet un rayonnement fonction de la température suivant la loi de Planck suivante :

$$L_{\lambda}^0(T) = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\pi \left(\exp \left(\frac{c_2}{\lambda T} \right) - 1 \right)}$$

où c_1 et c_2 sont deux constantes.

Un corps noir émet donc sans direction privilégiée et à toutes les longueurs d'onde. On peut montrer que, pour une température donnée, le rayonnement est maximal dans l'infrarouge ; ceci permet de justifier l'emploi de caméra dans le domaine infrarouge pour la thermographie. Les courbes de Planck représentées sur la figure C.2 donnent l'évolution de la luminance, $L_{\lambda}^0(T)$, en fonction de la longueur d'onde pour un corps noir à différentes températures.

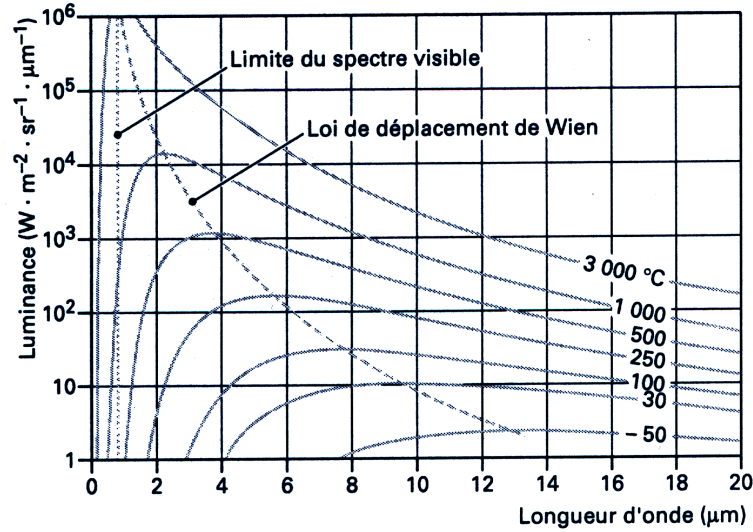


FIG. C.2 : *Courbes de Planck.*

Cependant, un corps noir n'est seulement qu'un objet idéal. Tout corps réel ne se comporte pas comme un corps noir : les objets réels émettent un rayonnement moins important comparativement à celui émis par un corps noir à la même température et quelle que soit la longueur d'onde du rayonnement. Pour caractériser la capacité d'émission d'un corps, on définit alors l'émissivité de ce corps par le rapport de la luminance énergétique du corps considéré par la luminance d'un corps noir sous les mêmes conditions de température :

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{L_{\lambda}(T)}{L_{\lambda}^0(T)}$$

Ce rapport est compris entre 0 et 1. Outre la longueur d'onde et la température, l'émissivité est aussi fonction de plusieurs autres paramètres :

- *la direction d'observation.* Pour un angle d'observation compris entre 0° et 50° , la variation est faible mais au-delà, l'émissivité chute rapidement.
- *la nature du corps et son état de surface.* Le tableau C.1 donne les valeurs de l'émissivité pour différents métaux et différents états de surface pour chacun de ces métaux (l'angle d'observation est égal à 0° et la longueur d'onde du rayonnement considéré vaut $5\mu m$). On remarque qu'un état de surface poli engendre une émissivité extrêmement faible.

Les appareils permettant de mesurer le rayonnement thermique en provenance d'un corps sont appelés des radiomètres. Une caméra thermique est un de ces appareils. Il s'agit d'un système

	température (°C)	émissivité
aluminium poli	100	0.05
aluminium anodisé	100	0.55
acier poli	100	0.07
acier oxydé	60	0.85

TAB. C.1 : *Émissivité de différents métaux présentant différents états de surface.*

composé non seulement d'un dispositif permettant cette mesure mais aussi d'un ensemble de fonctions permettant de relier cette mesure à un champ de température. En ce qui concerne la thermographie, la figure C.2 montre qu'il est préférable de travailler dans le domaine infrarouge car les rayonnements sont plus importants à ces longueurs d'onde.

On peut montrer que la connaissance de l'émissivité et d'une mesure de température relative permet de remonter à la température de surface du corps considéré. La détermination de la valeur de l'émissivité est donc fondamentale en thermographie infrarouge. Dans la pratique, les corps observés sont enduits d'une couche de peinture noire qui a pour effet d'obtenir une émissivité proche de 1 (généralement comprise entre 0.9 et 1). Cette opération est importante car elle permet au corps de réfléchir très peu les rayons incidents pouvant gêner la mesure. De fait, le rayonnement capté par la caméra ne provient que du corps observé et n'est pas bruité par l'environnement extérieur.

Bibliographie

- [Askari *et al.*, 2001] ASKARI, A., SILLING, S., LONDON, B., ET MAHONEY, M.W. 2001. *Modeling and analysis of friction stir welding process*. in K. Jata, M. Mahoney, R.S. Mishra, S.L. Semiatin, D.P. Field (Eds), *Friction stir welding and processing*, TMS.
- [Barralis et Maeder, 5ème édition] BARRALIS, J., ET MAEDER, G. 5ème édition. *Précis de métallurgie. Élaboration, structures-propriétés et normalisation*. AFNOR, Nathan.
- [Bellet et Fachinotti, 2004] BELLET, M., ET FACHINOTTI, V.D. 2004. ALE method for solidification modelling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**, 4355–4381.
- [Besson *et al.*, 2001] BESSON, J., CAILLETAUD, G., CHABOCHE, J.L., ET FOREST, S. 2001. *Mécanique non-linéaire des matériaux*. Étude en mécanique des matériaux et des structures, Hermès.
- [Bjorneklett *et al.*, 1999] BJORNEKLETT, B.I., GRONG, O., MYHR, O.R., ET KLUKEN, A.O. 1999. A process model for the heat-affected zone microstructure evolution in Al-Zn-Mg weldments. *Metallurgical and Materials Transactions A*, **30**, 2667–2677.
- [Blondeau, 2001a] BLONDEAU, R. 2001a. *Métallurgie et mécanique du soudage*. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Hermès Sciences Publications.
- [Blondeau, 2001b] BLONDEAU, R. 2001b. *Procédés et applications industrielles du soudage*. Traité Mécanique et Ingénierie des Matériaux, Hermès Sciences Publications.
- [Bonnet-Bendhia et Lunéville, 2001] BONNET-BENDHIA, A.S., ET LUNÉVILLE, E. 2001. *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles*. Cours ENSTA.
- [Brooks et Hughes, 1982] BROOKS, A.N., ET HUGHES, T.J.R. 1982. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **32**, 199–259.
- [Chao et Qi, 1998] CHAO, Y.J., ET QI, X. 1998. Thermal and thermomechanical modeling of friction stir welding of aluminium alloy 6061-T6. *Journal of materials processing and manufacturing science*, **7**, 215–233.
- [Chao et Qi, 1999] CHAO, Y.J., ET QI, X. 1999. *Heat transfer and thermo-mechanical analysis of friction stir joining of AA6061-T6 plates*. Proceedings of the first international symposium on Friction Stir Welding, Thousand Oaks.
- [Chao *et al.*, 2003] CHAO, Y.J., QI, X., ET TANG, W. 2003. Heat transfer in friction stir welding - experimental and numerical studies. *Transactions of the ASME*, **125**.
- [Charkaluk, 1999] CHARKALUK, É. 1999. *Dimensionnement des structures à la fatigue thermo-mécanique*. Ph.D. thesis, École Polytechnique - LMS.
- [Chen et Kovacevic, 2003] CHEN, C.M., ET KOVACEVIC, R. 2003. Finite element modeling of friction stir welding-thermal and thermomechanical analysis. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**, 1319–1326.

- [Chenot et Bellet, 1992] CHENOT, J.L., ET BELLET, M. 1992. *The viscoplastic approach for the finite element modelling of metal forming processes*. Numerical modelling of material deformation processes, ed. by P. Hartley, I. Pillinger and C. Sturgess, Springer Verlag, London.
- [Colegrove et Shercliff, 2003] COLEGROVE, P.A., ET SHERCLIFF, H.R. 2003. Experimental and numerical analysis of aluminium alloy 7075-T7351 friction stir welds. *Science and technology of welding and joining*, **8**, 360–368.
- [Colegrove et Shercliff, 2004a] COLEGROVE, P.A., ET SHERCLIFF, H.R. 2004a. Development of Trivex friction stir welding tool. Part I : two-dimensional flow modelling and experimental validation. Part II : three dimensional flow modelling. *Science and technology of welding and joining*, **9**, 345–361.
- [Colegrove et Shercliff, 2004b] COLEGROVE, P.A., ET SHERCLIFF, H.R. 2004b. *Modelling the Friction Stir Welding of aerospace alloys*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Colligan, 1999] COLLIGAN, K. 1999. Material Flow Behavior during Friction Stir Welding of Aluminium. *Supplement to the Welding Journal*, 229–237.
- [Constantinescu et al., 2004] CONSTANTINESCU, A., CHARKALUK, É., LEDERER, G., ET VERGER, L. 2004. A computational approach to thermomechanical fatigue. *International Journal of Fatigue*, **26**, 805–818.
- [Dang Van et Maitournam, 1993] DANG VAN, K., ET MAITOURNAM, M.H. 1993. Steady-state flow in classical elastoplasticity : Applications to repeated rolling and sliding contact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **41**, 1691–1710.
- [Donea et al., 2004] DONEA, J., HUERTA, A., PONTOT, J.P., ET RODRIGUEZ-FERRAN, A. 2004. Arbitrary lagrangian-eulerian methodes. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, Ed. by E. Stein, R. de Borst and T.J.R. Hughes, **1 - Fundamentals**, 413–437.
- [Ern et Guermont, 2001] ERN, A., ET GUERMOND, J.L. 2001. *Éléments finis : théorie, applications, mise en oeuvre*. Mathématiques et applications 36, Springer.
- [Feng et al., 2004] FENG, Z., WANG, X.L., DAVID, S.A., ET SKLAD, P. 2004. *Modelling of residual stresses and property distributions in friction stir welds of aluminium alloy 6061-T6*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Feulvarch et al., 2005] FEULVARCH, É., BOITOUT, F., ET BERGHEAU, J.M. 2005. *Friction Stir Welding : modélisation de l'écoulement de la matière pendant la phase de soudage*. Congrès Français de Mécanique, Troyes.
- [Fortin et Glowinski, 1982] FORTIN, M., ET GLOWINSKI, R. 1982. *Méthodes de lagrangien augmenté - Applications à la résolution numérique de problèmes aux limites*. Méthodes mathématiques de l'informatique, Dunod.
- [Fourment et al., 2004] FOURMENT, L., GUERDOUX, S., MILES, M., ET NELSON, T. 2004. *Numerical simulation of the Friction Stir Welding Process using both lagrangian and Arbitrary Lagrangian Eulerian formulations*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Fukumoto et al., 2004] FUKUMOTO, M., YASUI, T., SHIMODA, Y., TSUBAKI, M., ET SHINODA, T. 2004. *Butt welding between dissimilar metals by friction stirring*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Gallais et al., 2004] GALLAIS, C., DENQUIN, A., PIC, A., SIMAR, A., PARDOEN, T., ET BRÉCHET, Y. 2004. *Modelling the relationship between process parameters, microstructural evolutions and mechanical behaviour in a friction stir welded 6xxx aluminium alloy*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.

- [Genevois, 2004] GENEVOIS, C. 2004. *Genèse des microstructures lors du soudage par friction malaxage d'alliages d'aluminium de la série 2000 et 5000 et comportement mécanique résultant*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [Grong, 1997] GRONG, O. 1997. *Metallurgical modelling of welding*. The Institute of Materials.
- [Guerra *et al.*, 2003] GUERRA, M., SCHMIDT, C., MCCCLURE, J.C., MURR, L.E., ET NUNES, A.C. 2003. Flow patterns during friction stir welding. *Materials Characterization*, **49**, 95–101.
- [Haber, 1984] HABER, R.B. 1984. A mixed eulerian-lagrangian displacement model for large-deformation analysis in solid mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **43**, 277–292.
- [Heurtier *et al.*, 2006] HEURTIER, P., JONES, M.J., DESRAYAUD, C., DRIVER, J.H., MONTHEILLET, F., ET ALLEHAUX, D. 2006. Mechanical and thermal modelling of Friction Stir Welding. *Journal of materials processing technology*, **171**, 348–357.
- [Hirt et Nichols, 1981] HIRT, C.W., ET NICHOLS, B.D. 1981. Volume Of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, **39**, 201–225.
- [Idelsohn et Onate, 1994] IDELSOHN, S.R., ET ONATE, E. 1994. Finite volumes and finite elements; two “goods friends”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **37**, 3323–3341.
- [Johnson et Cook, 1983] JOHNSON, G.R., ET COOK, W.H. 1983. *A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures*. Proceedings of the seventh international symposium on ballistics, La Haye, Pays-Bas, 541-547.
- [Kaufman, 1999] KAUFMAN, J.G. 1999. *Properties of Aluminium Alloys. Tensile, creep, and fatigue data at high and low temperatures*. Ed. by J. Gilbert Kaufman, FASM, ASM International, The Aluminium Association.
- [Khandkar *et al.*, 2003] KHANDKAR, M.Z.H., KHAN, J.A., ET REYNOLDS, A.P. 2003. Prediction of temperature distribution and thermal during friction stir welding : input torque based model. *Science and technology of welding and joining*, **8**, 165–174.
- [Kichenin, 1992] KICHENIN, J. 1992. *Comportement thermomécanique du polyéthylène : application aux structures gazeuses*. Ph.D. thesis, École Polytechnique - LMS.
- [Källgren *et al.*, 2004] KÄLLGREN, T., JIN, L.Z., ET SANDSTRÖM, R. 2004. *Finite element modelling of Friction Stir Welding on copper canister*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Lawrjaniec *et al.*, 2003] LAWJRANIEC, D., ABISROR, A., DECKER, C., KOCAK, M., ET DOS SANTOS, J. 2003. Numerical simulation of friction stir welding. *Materials Science Forum*, **426**, 2993–2998.
- [Lee *et al.*, 1989] LEE, Y.S., DAWSON, P.R., ET DEWHURST, T.B. 1989. *Bulge predictions in steady state bar rolling processes*. Proceedings Numiform 89, Fort Collins, in Thompson et al eds.
- [Lemaitre et Chaboche, 1988] LEMAITRE, J., ET CHABOCHE, J.L. 1988. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris.
- [Mahoney *et al.*, 1998] MAHONEY, M.W., RHODES, C.G., FLINTOFF, J.G., SPURLING, R.A., ET BINGEL, W.H. 1998. Properties of friction stir welded 7075 T651 Aluminium. *Metallurgical and Materials Transactions A*, **29A**, 1955–1964.
- [Maitournam, 1989] MAITOURNAM, M.H. 1989. *Formulation et résolution numérique des problèmes thermoviscoplastiques en régime permanent*. Ph.D. thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées.

- [Mishra et Ma, 2005] MISHRA, R.S., ET MA, Z.Y. 2005. *Friction stir welding and processing*. Materials Science and Engineering R50 - Reports : A Review Journal.
- [Montmitonnet, 2006] MONTMITONNET, P. 2006. Hot and cold strip rolling processes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, **195**, 6604–6625.
- [Myhr et Grong, 1991] MYHR, O.R., ET GRONG, O. 1991. Process modelling applied to 6082-T6 Aluminium weldments - I. Reaction kinetics. *Acta Metallurgica et Materialia*, **39**, 2693–2702.
- [Myhr et Grong, 2000] MYHR, O.R., ET GRONG, O. 2000. Modelling of non-isothermal transformations in alloys containing a particle distribution. *Acta Materialia*, **48**, 1605–1615.
- [Nguyen et Rahimian, 1981] NGUYEN, Q.S., ET RAHIMIAN, M. 1981. Mouvement permanent d’une fissure en milieu élastoplastique. *Journal de Mécanique Appliquée*, **5**, 95–120.
- [Onate et Idelsohn, 1992] ONATE, E., ET IDELSOHN, S.R. 1992. *A comparison between Finite Element and Finite Volume methods in CFD*. First European Conference Fluid Dynamics, Brussels.
- [Ouakka, 1993] OUAJKA, A. 1993. *Approches stationnaires en mécanique non-linéaire*. Ph.D. thesis, École Polytechnique - LMS.
- [Patankar, 1980] PATANKAR, S.V. 1980. *Numerical heat transfer and heat flow*. Hemisphere publishing corporation.
- [Pironneau, 1988] PIRONNEAU, O. 1988. *Méthodes des éléments finis pour les fluides*. Collection Recherches en Mathématiques Appliquées.
- [Record et al., 2004] RECORD, J.H., COVINGTON, J.L., NELSON, T.W., SORENSEN, C.D., ET WEBB, B.W. 2004. *Fundamental characterization of Friction Stir Welding*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Reynolds et al., 1999] REYNOLDS, A.P., SEIDEL, T.U., ET SIMONSEN, M. 1999. *Visualization of material flow in an autogenous friction stir weld*. Proceedings of the first international symposium on Friction Stir Welding, Thousand Oaks.
- [Rhodes et al., 1997] RHODES, C.G., MAHONEY, M.W., BINGEL, W.H., SPURLING, R.A., ET BAMPTON, C.C. 1997. Effects of friction stir welding on microstructure of 7075 Aluminium. *Scripta Materialia*, **36**, 69–75.
- [Robson et al., 2004] ROBSON, J.D., SULLIVAN, A., SHERCLIFF, H.R., ET MCSHANE, G. 2004. *Microstructural evolution during Friction Stir Welding of AA7449*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.
- [Rosenthal, 1946] ROSENTHAL, D. 1946. The theory of moving sources of heat and its application to metal treatments. *Transactions of the ASME*, **68**, 849–866.
- [Russell et Shercliff, 1999] RUSSELL, M.J., ET SHERCLIFF, H.R. 1999. *Analytical modelling of microstructure development in Friction Stir Welding*. Proceedings of the first international symposium on Friction Stir Welding, Thousands Oaks.
- [Salençon, 2001] SALENÇON, J. 2001. *Mécanique des milieux continus*. Les éditions de l’École Polytechnique.
- [Sarrazin, 1995] SARRAZIN, E. 1995. *Modélisation du soudage d’alliages d’aluminium*. Ph.D. thesis, École Polytechnique - LMS.
- [Schmidt et Hattel, 2004a] SCHMIDT, H., ET HATTEL, J. 2004a. *Modelling thermomechanical conditions at the tool/matrix interface in Friction Stir Welding*. Proceedings of the fifth international symposium on Friction Stir Welding, Metz.

- [Schmidt et Hattel, 2005] SCHMIDT, H., ET HATTEL, J. 2005. A local model for the thermo-mechanical conditions in friction stir welding. *Modelling and simulation in materials science and engineering*, **13**, 77–93.
- [Schmidt *et al.*, 2004] SCHMIDT, H., HATTEL, J., ET WERT, J. 2004. An analytical model for the heat generation in friction stir welding. *Modelling and simulation in materials science and engineering*, **12**, 143–157.
- [Schmidt et Hattel, 2004b] SCHMIDT, H.N.B., ET HATTEL, J. 2004b. Heat source models in simulation of heat flow in Friction Stir Welding. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, **14**, 296–304.
- [Schmidt *et al.*, 2006] SCHMIDT, H.N.B., DICKERSON, T.L., ET HATTEL, J.H. 2006. Material flow in butt friction stir welds in AA2024-T3. *Acta Materialia*, **54**, 1199–1209.
- [Seidel et Reynolds, 2003] SEIDEL, T.U., ET REYNOLDS, A.P. 2003. Two-dimensional friction stir welding process model based on fluid mechanics. *Science and technology of welding and joining*, **8**, 175–183.
- [Sheppard et Jackson, 1997] SHEPPARD, T., ET JACKSON, A. 1997. Constitutive equations for use in prediction of flow stress during extrusion of aluminium alloys. *Materials Science and Technology*, **13**, 203–209.
- [Sheppard et Wright, 1979] SHEPPARD, T., ET WRIGHT, D.S. 1979. Determination of flow stress : Part 1 Constitutive equation for aluminium alloys at elevated temperatures. *Metals Technology*, 215–223.
- [Shercliff et Colegrove, 2002] SHERCLIFF, H.R., ET COLEGROVE, P.A. 2002. *Modelling of Friction Stir Welding*. Mathematical modelling of weld phenomena, Ed. H. Cerjak, H.K.D.H. Bhadeshia.
- [Shercliff *et al.*, 2005] SHERCLIFF, H.R., RUSSELL, M.J., TAYLOR, A., ET DICKERSON, T.L. 2005. Microstructural modelling in friction stir welding of 2000 series aluminium alloys. *Mécanique et Industries*, **6**, 25–35.
- [Simo, 1995] SIMO, J.C. 1995. *Topics on the Numerical Analysis and Simulation of Plasticity*. Handbook of numerical analysis, vol. 3, Ed. P.G. Ciarlet et J.L. Lions, Elsevier Science Publishers.
- [Simo, 1998] SIMO, J.C. 1998. *Computational inelasticity*. New York, Springer.
- [Song et Kovacevic, 2002] SONG, M., ET KOVACEVIC, R. 2002. Thermal modeling of friction stir welding in a moving coordinate system and its validation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **43**, 605–615.
- [Suquet, 2003] SUQUET, P. 2003. *Rupture et Plasticité*. Cours École Polytechnique.
- [Thomas et Nicholas, 1997] THOMAS, W.M., ET NICHOLAS, E.D. 1997. Friction stir welding for the transportation industries. *Materials and Design*, **18**, 269–273.
- [Ulysse, 2002] ULYSSE, P. 2002. Three-dimensionnal modeling of the friction stir-welding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **42**, 1549–1557.
- [van der Vorst, 2004] VAN DER VORST, H.A. 2004. Linear algebraic solvers and eigenvalue analysis. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, Ed. by E. Stein, R. de Borst and T.J.R. Hughes, **1 - Fundamentals**, 551–576.
- [Wagner et Kampmann, 1991] WAGNER, R., ET KAMPMANN, R. 1991. *Materials Science and Technology - A comprehensive treatment*. Vol.5, Weinheim.

- [Wang *et al.*, 2000] WANG, X.L., FENG, Z., DAVID, S.A., SPOONER, S., ET HUBBARD, C.R. 2000. *Neutron diffraction study of residual stresses in friction stir welds*. Sixth international conference on residual streses, IOM Communications, London.
- [Zhao *et al.*, 2005] ZHAO, Y.H., LIN, S.B., WU, L., ET QU, F.X. 2005. The influence of pin geometry on bonding and mechanical properties in friction stir weld 2014 Al alloy. *Materials Letters*, **59**, 2948–2952.
- [Zienkiewicz et Onate, 1991] ZIENKIEWICZ, O.C., ET ONATE, E. 1991. *Finite volumes vs Finite elements. Is there really a choice ?* Non linear computations mechanics, State of the art, in P. Wriggers et W. Wagner (eds.), Springer, Berlin.

Modélisation du soudage d'alliages d'aluminium par friction et malaxage

L'objectif de l'étude consiste en l'établissement d'une modélisation prédictive du procédé avec des temps de calcul acceptables en vue d'optimiser le procédé vis-à-vis de la tenue mécanique de l'assemblage soudé. Le modèle mis en place est constitué de deux étapes successives :

1. Lors de la première étape, un calcul stationnaire thermohydrodynamique couplé permet d'obtenir le champ de température et l'écoulement de matière autour de l'outil. Pour cela, un comportement purement visqueux est adopté et la zone de contact outil-matière est modélisée par des conditions de glissement. Des données expérimentales obtenues par thermographie infrarouge ont permis de fixer deux paramètres de ce modèle.
2. La seconde étape du modèle s'appuie sur un comportement élastoviscoplastique pour déterminer l'état mécanique résiduel d'un assemblage. Pour cela, l'écoulement de matière permet de suivre l'histoire de chaque particule, en particulier lors de leur passage autour de l'outil. Le champ de température permet de quantifier la dissolution des précipités durcissants au sein de l'alliage et de tenir compte de la variation avec la température des paramètres de la loi de comportement adoptée. En outre, la fraction de précipités dissous est reliée à la limite d'élasticité du matériau. Une méthode de calcul stationnaire est utilisée pour obtenir directement l'état stationnaire des variables mécaniques.

Les résultats obtenus sont en accord avec des profils de contraintes résiduelles publiés dans la littérature. De plus, l'influence de la vitesse de soudage et de la vitesse de rotation de l'outil a été étudiée au regard des contraintes résiduelles simulées.

Mots-clés : soudage, alliages d'aluminium, modélisation numérique, état stationnaire, couplage métal-thermo-mécanique, contraintes résiduelles.

Modelling of friction stir welding of aluminium alloys

The purpose of this work is to establish a reliable computational method for the simulation of friction stir welding. The numerical simulation consists of two successive steps :

1. First, a thermohydrodynamic model based on a viscous incompressible non-Newtonian constitutive law is used to establish the temperature field and the material flow around the tool. To this end, two coefficients related to the contact description have been determined by an optimisation procedure using experimental data obtained by IR thermography.
2. The second part is devoted to the determination of the residual state of a friction stir welded assembly. To this end, an elastoviscoplastic constitutive law for aluminium alloys at temperatures between $20^{\circ}C$ and $500^{\circ}C$ has been developed. Furthermore, the whole thermal, metallurgical and mechanical history of each particle is taken into account by using the path lines previously computed. A metallurgical model is used to calculate the fraction of dissolved precipitates which is related to the yield stress of the alloy. Finally, the steady state assumption leads to a substantial reduction of computational time.

A good agreement between experimental and simulated data has been observed. Moreover, a parametric study about the influence of welding and rotation speeds on residual stresses has been carried out.

Keywords : welding, aluminium alloys, modelling, steady state, metallurgical and thermomechanical coupling, residual stresses.